



**UNIVERSIDAD DEL ISTMO
CAMPUS TEHUANTEPEC**

**“DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL PASIVO DE ÁNGULO DE
PASO DE LAS PALAS PARA UN AEROGENERADOR DE BAJA
POTENCIA”**

**TESIS QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRO EN CIENCIAS EN ENERGÍA EÓLICA**

PRESENTA

CARLOS OMAR GELLIDA COUTIÑO

DIRECTOR DE TESIS

M.D.M. JOSÉ RAFAEL DORREGO PORTELA

CO-DIRECTOR DE TESIS

DR. HUGO FRANCISCO ABUNDIS FONG

SANTO DOMINGO TEHUANTEPEC, OAXACA; AGOSTO 2018.

Agradecimientos

Antes que nada quiero agradecer a Dios por permitirme completar esta investigación y mis estudios de posgrado; por proporcionarme la vida, la salud y la capacidad para lograrlo.

A continuación quiero agradecer a mis padres Carlos Alberto Gellida Esquinca y Sandra Cecilia Coutiño López, que me han criado y educado para ser un hombre de bien, por enseñarme a trabajar para lograr las metas propuestas, por su apoyo emocional y económico que me ha permitido avanzar en el camino de la vida. Agradezco también a mi esposa Monica Daniela Vázquez Gómez por estar a mi lado, resistiendo conmigo los problemas de la vida cotidiana, esforzándose cada día para formar una familia feliz y por amarme de manera incondicional. Agradezco a mi hija Isabella Gellida Vázquez por darme alegría y motivación día con día, recibíendome con cariño cuando regreso de mis actividades. Agradezco a mi abuela Hilda Esquinca Nañez y a mi tío José Bernal Gellida Esquinca, por apoyarme y ayudarme a soñar en alto. A mi hermano José Manuel quiero agradecer su apoyo incondicional, su amor y su interés en caminar la vida por un camino semejante lo que me ha impulsado a definirme con firmeza.

Agradezco a mi director de tesis el maestro José Rafael Dorrego Portela por haber creído en mis ideas, y alentarme a completar mi trabajo apoyándome con todos los recursos a su alcance. También agradezco al profesor Eduardo Campos Mercado que dedicó tiempo y esfuerzo para introducirme en la dinámica de robots manipuladores, y la disciplina del control automático, así como sus valiosas aportaciones en esta tesis. También resalto la contribución del profesor Reynaldo Iracheta Cortés, quien propor-

cionó valiosas sugerencias que me guiaron para redactar un documento con una alta calidad de redacción y forma. Agradezco al colega Alcidez Dias Sosa por compartir los resultados de su investigación, y ayudarme en el desarrollo de estas tesis.

Extiendo mis agradecimientos al Dr. Victor Ivan Moreno, el Dr. Edwin Roman y al maestro Javier Lagunas Mendoza, y otras personas que trabajaron arduamente para que yo y mis compañeros de posgrado recibiésemos apoyos económicos para nuestra manutención, y en mi caso también para solventar a mi familia, pero también por ayudarnos a solventar nuestra participación en estancias y congresos. Agradezco a todas las personas que en el CEMIE-Eólico, nos brindaron su apoyo que reorientó nuestras vidas para bien y nos llevó a una nueva etapa. Al Fondo SENER-CONACYT-Sustentabilidad Energética por el apoyo económico recibido para realizar los estudios de maestría en ciencias en energía eólica en la Universidad del Istmo.

Agradezco a mi país, a mi patria y al Istmo de Tehuantepec, por acogerme, y permitirme vivir una vida digna, en paz, y en comunidad. Finalmente agradezco a mis compañeros que estuvieron siempre conmigo y me brindaron su apoyo, amabilidad y amistad para llegar todos juntos a cumplir nuestras metas.

Índice general

	Página
Agradecimientos	iii
Índice de figuras	vii
Índice de tablas	ix
Lista de símbolos	x
Lista de acrónimos	xiv
1. Introducción	1
1.1. Estado del Arte	2
1.2. Problemática	5
1.3. Justificación	6
1.4. Objetivos	8
1.4.1. Objetivo General	8
1.4.2. Objetivos Particulares	8
1.5. Hipótesis	8
1.6. Metodología	9
1.6.1. Elección de la configuración del sistema de control	9
1.6.2. Análisis de las palas	9
1.6.3. Modelado del rotor eólico y de la interacción viento-rotor-generator	12

1.6.4. Determinación de los parámetros del mecanismo de control . . .	14
1.6.5. Generación de diagrama CAD y características de los elementos del sistema de control	16
1.7. Alcances y Limitaciones	17
1.8. Configuración del sistema de control seleccionada	17
2. Marco Teórico	19
2.1. Teoría del momento axial	20
2.2. Teoría general del momento	23
2.2.1. Simplificación de Glauert - Jowkowsky	27
2.3. Teoría de las secciones de pala y descripción del método de paneles . .	30
2.4. Método de extrapolación de Montgomerie	33
2.5. Teoría del momento y de los elementos de pala (BEM)	36
2.6. Aditamentos de la teoría BEM	40
2.6.1. Factor de corrección de Prandtl	40
2.6.2. Factor de corrección de Glauert	41
2.7. Teoría del desajuste de guiñada	42
2.8. Matrices de transformación homogénea y matriz jacobiana	45
3. Modelado de la aerodinámica del rotor	49
3.1. Análisis de las palas	49
3.2. Obtención de curvas polares	54
3.2.1. Desajuste de guiñada	59
4. Ecuaciones de la dinámica del rotor eólico	63
4.1. Obtención de la cinemática directa	64
4.2. Dinámica del rotor	73

5. Análisis del sistema de control pasivo	78
5.1. Obtención de los parámetros de control	78
5.1.1. Análisis de las fuerzas internas, externas y problemáticas de diseño	78
5.1.2. Cálculo del contrapeso	91
5.1.3. Búsqueda del coeficiente del resorte	96
5.1.4. Manipulación de los momentos de torsión giroscópicos	102
5.2. Evaluación de la estrategia de control	110
5.3. Limitaciones del modelo matemático y del software	118
5.4. Diagrama CAD y características de los elementos	120
5.4.1. Características de los elementos del sistema de control	121
Conclusiones	124
Trabajos futuros	125
Anexos	126
Bibliografía	133

Índice de figuras

1.1. Diagrama de flujo para la obtención de curva de máxima extracción de potencia	12
1.2. Diagrama de flujo de la construcción del diagrama de bloques general .	14
1.3. Diagrama de flujo de la determinación de los parámetros de control . .	16
1.4. Configuración del sistema de control seleccionada.	18
2.1. Volumen de control asociado con el flujo de viento que atraviesa un disco actuador [12].	21
2.2. Detalle de un volumen anular de control con respecto a una pala [12]. .	24
2.3. Líneas de flujo de viento rodeando un perfil aerodinámico, línea de cuerda y fuerzas aerodinámicas.	31
2.4. Campo de presiones en torno a un panel ejemplificando el método de paneles.	32
2.5. Vectores de velocidades y fuerzas sobre un perfil [12].	38
2.6. grados de libertad para el cálculo de desajuste de Yaw propuesto por O.L. Hansen [15].	42
2.7. Efecto de la deflexión de la estela por desajuste de Yaw descrito por Bramwell en 1976 [15].	44
3.1. Representación tridimensional de la pala en estudio.	50

3.2. Potencia producida por las palas en estudio ante variación de viento y velocidad angular del rotor.	51
3.3. Coeficiente de potencia proveído por el rotor seleccionado ante distintas velocidades de viento y velocidades angulares del rotor.	52
3.4. Torque mecánico contra velocidad angular del rotor y velocidad del viento. 53	
3.5. Comparación entre los datos obtenidos por Xfoil y los datos producidos por la extrapolación de Montgomerie.	55
3.6. Curvas polares de un perfil DU97W300 con un número de Reynolds de 7×10^6 [21].	58
3.7. Sistemas coordenados propuestos por Hansen [13] para obtener las ecuaciones de desajuste de Yaw.	61
4.1. Relación entre los sistemas coordenados que se emplean y las partes del aerogenerador con respecto al cual se encuentran fijas.	65
4.2. Sistemas coordenados con su orientación y posición real	66
5.1. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones I.	81
5.2. Evolución momentos sobre la pala en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones I.	83
5.3. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones I.	84
5.4. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones II.	86
5.5. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones III.	87
5.6. Evolución momentos sobre la pala en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones III.	88

5.7. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones IV.	89
5.8. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones IV.	90
5.9. Posición en x_G y y_G como función de la masa del contrapeso	95
5.10. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones V.	96
5.11. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VI.	98
5.12. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VI.	99
5.13. Evolución momentos sobre la pala en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VI.	100
5.14. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VII.	101
5.15. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VII.	102
5.16. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VIII.	103
5.17. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VIII.	104
5.18. Variación de C_{gsc} ante distintas posiciones del contrapeso y algunos valores de masa	105
5.19. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones IX.	106
5.20. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones IX.	107

5.21. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones X.	108
5.22. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones X.	109
5.23. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones XI.	111
5.24. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones XI.	112
5.25. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones XII.	114
5.26. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones XII.	115
5.27. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones XIII.	116
5.28. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones XIII.	117
5.29. Diagrama CAD del sistema de control pasivo.	120
30. Diagrama de flujo de los programas que componen la herramienta de software y el flujo de datos entre ellos	127
31. Diagrama de bloques principal del programa LVE	129
32. Bloque simulador de límites de movimiento de la pala	130
33. Bloque de control	131
34. Bloque de Veleta o desajuste de Yaw	132

Índice de tablas

1.	Magnitudes Nominales de operación del rotor	9
2.	Características relevantes de las palas seleccionadas.	10
3.	Parámetros para obtención de matrices homogéneas.	46
4.	Parámetros para obtención de matrices homogéneas.	67
5.	Características del resorte de torsión.	122
6.	Características del sistema de fricción angular.	122
7.	Características del contrapeso en S.C.2.	122
8.	Límites de movilidad.	123

Lista de símbolos

A_o	Área de la sección transversal del volumen de control aguas arriba
A_1	Área del disco circunscrito en el rotor
A_2	Área de la sección transversal del volumen de control aguas abajo
a	Coefficiente de inducción axial
a'	Coefficiente de inducción tangencial
α	Ángulo de ataque
ΔA_i	Área de un volumen anular de control correspondiente a la sección i
B_γ	Coefficiente de fricción angular de la pala
B_ω	Coefficiente de fricción angular del rotor
b	Coefficiente de inducción axial de aguas abajo
C_D	Coefficiente de arrastre
C_L	Coefficiente de sustentación
C_{D90}	Coefficiente de arrastre con ataque de 90°
C_{L90}	Coefficiente de sustentación con ataque de 90°
C_N	Coefficiente de torque
C_T	Coefficiente de empuje
C_{gsc}	Constante giroscópica
C_M	Coefficiente de cabeceo

C_x	Coseno de la variable x
D	Fuerza de arrastre
e_x	Vector unitario en dirección axial al flujo de viento
f_g	Factor de Glauert
F	Factor de corrección de Prandtl
f_i	Función de entrada i de de velocidad y dirección de viento dependientes del tiempo
ϕ	Ángulo de flujo aerodinámico
Φ	Vector de velocidades angulares de la pala
H_i	Presión total del flujo en la sección transversal i
I_j	Matriz de inercia de la pala en el sistema coordenado j
I_b	Matriz de inercia de la pala en el sistema coordenado 2
I_{pala}	Matriz de inercial de la pala más la del contrapeso
I_{cp}	Matriz de inercia del contrapeso
I_{buje}	Momento de inercia del buje con respecto al eje y del sistema coordenado 1
I_{ij}	Elemento de la fila i y la columna j de una matriz de inercia
\mathbf{J}	Matriz Jacobiana
$\hat{\mathbf{J}}$	Matriz Jacobiana de velocidades angulares
K_{fv}	Máximo empuje bidimensional
l	Fuerza de sustentación
L	Lagrangiano
M	Momento o par
M_p	Momento de cabeceo aerodinámico
$M_{control}$	Momento de control

M_{cent}	Momento centrífugo
M_{gsc}	Momento giroscópico
\dot{m}	Flujo máximo
m	Masa del contrapeso
Ω	Velocidad angular del rotor
ω	Posición angular del rotor
ω_i	Velocidad inducida sobre el viento en el disco del rotor
p	Presión estática del viento
p^+	Presión estática justo antes del disco del rotor
p^-	Presión estática justo después del disco del rotor
Δp	Incremento de presión en torno al disco del rotor
P	Potencia aerodinámica
P_{out}	Potencia mecánica entrante al generador eléctrico
Q	Torque aerodinámico
$\sum Q_{\theta,i}$	Sumatoria de fuerzas generalizadas sobre la coordenada i
r	Radio de ubicación del perfil aerodinámico
R	Radio de la pala
\mathbf{R}_i^j	Matriz de rotación del sistema i al sistema j
ρ	Densidad del aire
r_{cg}	Radio de ubicación del centro de gravedad de la pala
$s(\alpha)$	Sustentación contra ataque de un plato plano
σ	Solidez local
S_x	Seno de la variable x
T	Energía cinética
$T(s)$	Tiempo en segundos
τ	Constante de tiempo

T_h	Fuerza de empuje sobre el viento
θ_i	Coordenada generalizada i
$\dot{\theta}$	Vector de coordenadas generalizadas derivadas sobre el tiempo
u	Componente axial de la velocidad del viento
u_θ	Componente azimutal de la velocidad del viento
u'_θ	Componente azimutal de la velocidad del viento en el disco del rotor
\mathbf{v}	Vector de velocidades lineales
$\boldsymbol{\nu}$	Vector de velocidades angulares y lineales
W_{est}	Velocidad inducida estática
W_{din}	Velocidad inducida dinámica
\mathbf{W}	Velocidad inducida
W_n	Componente tangencial de la velocidad inducida
W_t	Componente axial de la velocidad inducida
x	Posición relativa del perfil
x_i	Eje x del sistema coordenado i
y_i	Eje y del sistema coordenado i
z_i	Eje z del sistema coordenado i
ζ	Angulo entre el viento y el eje z del sistema coordenado 0

Lista de acrónimos

<i>BEM</i>	Teoría del momento y secciones de pala
<i>BIBO</i>	Criterio de estabilidad de entrada acotada - Salida Acotada
<i>CAD</i>	Diseño asistido por computadora
<i>DH</i>	Denavit-Hartenberg
<i>MTM</i>	Matriz de transformación Homogénea
<i>SC</i>	Sistema coordinado
<i>VRG</i>	Sistema Viento-Rotor-Generador

Capítulo 1

Introducción

Las pequeñas turbinas eólicas son una tecnología cuyo mercado ha sido poco explotado en México, sin embargo, su comercialización permitiría a los usuarios de la red eléctrica nacional generar energía y obtener un beneficio económico en el corto plazo. Adicionalmente, podría proveer energía eléctrica a usuarios aislados de la red eléctrica mediante sistemas autónomos.

El tiempo de recuperación de la inversión de una turbina eólica depende, entre otras variables, del costo de la energía, del recurso eólico disponible en el área de instalación, del costo inicial y rendimiento del dispositivo [25], de manera que al incrementar el rendimiento sin elevar significativamente el costo se incide positivamente en el tiempo de recuperación de la inversión, entonces un logro significativo en este ámbito podría impulsar la comercialización de esta tecnología a nivel regional o nacional.

Una de las maneras de incrementar el rendimiento de las pequeñas turbinas eólicas es utilizando mecanismos de control que permitan al rotor captar la energía del viento en un espectro más amplio de velocidades. Para ello se han diseñado y probado diversas tecnologías, que pueden ser clasificadas en mecanismos de control activos y pasivos: los primeros son aquellos en los que se invierte energía para activar el mecanismo de control y los segundos se identifican porque utilizan las fuerzas disponibles para funcionar.

Los sistemas activos han probado ser útiles y eficaces en su aplicación a grandes turbinas eólicas, es decir, en aquellas con un área de barrido mayor a 200 m^2 [4]; sin

embargo, su aplicación a turbinas con potencias inferiores ha sido inviable, principalmente, debido a que incrementa el costo del sistema hasta volverlo poco rentable y a que la velocidad a la que el mecanismo debe actuar suele excede la velocidad de respuesta de servomotores comerciales [11].

Existe diversidad de sistemas pasivos que han sido utilizados en aerogeneradores de pequeña potencia, como los sistemas pasivos de desajuste de ángulo de guiñada (Control por furling) y ángulo de paso pasivos (control por Pitch). Algunas turbinas que implementan tal tecnología se encuentran disponibles en el mercado, aunque sus costos son relativamente elevados, por un lado debido a la complejidad del sistema de control que utilizan y por otro debido a costos relacionados con su proceso de importación.

En la región del Istmo de Tehuantepec, Oaxaca, hay pocas empresas que ofrezcan el servicio de venta e instalación de pequeños aerogeneradores, y las existentes adquieren sus dispositivos de países extranjeros, lo que destaca la importancia de producir tecnología nacional, lo que ofrecería como ventaja aerogeneradores optimizados para su operación en la región, más económicos y que pueda ser generadora de empleo para los habitantes locales.

El presente trabajo de investigación tiene como finalidad el diseño de un mecanismo de control pasivo buscando una elevada simplicidad y alta fiabilidad de manera que posteriormente un prototipo físico pueda ser manufacturado y así colaborar con el desarrollo de tecnología tanto a nivel nacional como regional.

1.1. Estado del Arte

Se ha descrito una metodología para diseñar sistemas de control de aerogeneradores basada en la aplicación de distintos modelos matemáticos correspondientes a los subsistemas del aerogenerador. Se hizo una descripción de los criterios de funcionamiento del aerogenerador que condicionan al sistema de control [3]. En este texto se describe la

modelación de generadores de inducción síncronos y doblemente alimentados, así como técnicas para correlacionar su control con los efectos de las fuerzas aerodinámicas y del subsistema de transmisión.

En [3] se describen diversos mecanismos de control de aerogeneradores, principalmente de tipo activo, tales sistemas de control tienen como objetivo la máxima extracción de potencia haciendo a un lado el criterio de mantener estable la potencia de salida y la disminución de las cargas sobre el rotor. Este texto es útil en cuanto a la presentación de diferentes modelos matemáticos, y del cómo es representada matemáticamente la interacción entre el viento, el rotor y el generador.

Un sistema de control que emplea cambio de paso pasivo fue diseñado en [11], este sistema emplea la aceleración centrífuga debido al giro del rotor para colocar las palas en un ángulo de paso que permita mantener una potencia de salida aproximadamente constante. No se mencionan los modelos matemáticos que emplean para el diseño, sino que se hace referencia a una fuente no disponible. El sistema fue evaluado en un túnel de viento y de acuerdo con el texto se obtienen resultados satisfactorios que permitirán comparar la eficacia de tal sistema de control con el que se desarrolla en el presente trabajo de tesis. La actualidad de la publicación por otro lado verifica la vigencia del interés científico por el desarrollo de esta clase de sistemas.

En [1] se planteó una metodología para diseño de sistemas de control pasivo de ángulo de guiñada a través de una modelación matemática en la que se emplea Teoría del momento y los elementos de pala y mecánica Lagrangiana para determinar la ecuación de movimiento del sistema y describir su comportamiento como función de la velocidad del viento. Se realizaron múltiples simulaciones con velocidades de viento semi-estáticas, variando cada uno de los parámetros del sistema a fin de observar la dependencia del comportamiento con cada variable, y de esta manera seleccionar el valor que permite un comportamiento que maximice la producción de energía y disminuya las cargas sobre el sistema.

La obtención de los parámetros de control se puede llevar a cabo uso de prueba y error por medio de simulaciones. Finalmente se llevó a cabo un estudio modal para verificar las frecuencias naturales del dispositivo. [1].

Fue diseñado un sistema de control pasivo de ángulo de paso que emplea resortes y fricción regulada para funcionar, empleando como herramientas de simulación los softwares BECAS, HAWC2, HAWCStab2 y otros programas codificados por el autor para modelar el comportamiento del aerogenerador. Fueron identificados todos los momentos que actúan sobre el eje longitudinal de la pala y la dependencia de éstos con el coeficiente de velocidad específica y el ángulo de paso [9].

Se realizaron simulaciones dinámicas y aeroelástica mediante el software HAWC2 que permite emular el comportamiento completo de la turbina eólica, con las acciones del sistema de control y verificar su eficacia en lograr mantener una potencia de salida estable. Las simulaciones indicaron que el sistema de control podría funcionar adecuadamente y permitió encontrar los parámetros para su diseño [9]. El sistema de control fue construido para ser probado en un túnel de viento, pero el experimento no fue exitoso debido a que el generador para el que fueron realizadas las simulaciones no se encontró disponible en tiempo y a que no se disponía de los sensores adecuados.

El sistema de control presentado en [9] guarda una gran similitud con el que se plantea en el presente trabajo, sin embargo la fuerza principal de accionamiento del mecanismo fue la fuerza centrífuga y la dirección de giro negativa (conocido en inglés como pitch to stall) que produce una entrada rápida en pérdida aerodinámica, en la presente tesis se emplea el momento aerodinámico de cabeceo y la dirección de giro positiva (En inglés pitch to feather) que disminuye la resistencia del flujo de aire. Es importante mencionar que las metodologías empleadas en el texto no podrán ser replicadas debido a que no se cuenta con la disponibilidad de los softwares empleados.

En [6] se desarrolló una metodología para el modelado de sistemas de control pasivos basados en el cambio de ángulo de paso para aerogeneradores de baja potencia. Se utilizó

mecánica newtoneana para encontrar la ecuación de movimiento del rotor. Este sistema se caracteriza por utilizar el par de torsión aerodinámico de cabeceo. Posteriormente se realizó una simulación estática para determinar los ángulos de paso más adecuados y se estimó la función ideal para el coeficiente del resorte.

Se realizaron simulaciones empleando un resorte con coeficiente lineal para simplificar el problema [6], y se llevaron a cabo pruebas cuasi-estáticas para determinar el coeficiente de amortiguamiento más adecuado para el sistema. Posteriormente, fueron llevadas a cabo nuevas simulaciones, en las que el viento se consideró como una función sinusoidal del tiempo en diferentes frecuencias, con el fin de localizar frecuencias de resonancia del sistema, las cuales sin embargo, no fueron encontradas. Finalmente, se buscó el ángulo de ataque inicial óptimo.

[6]. En teoría el sistema funciona adecuadamente y aporta fortaleza a la hipótesis, no obstante, la modelación matemática realizada despreja la matriz de inercia completa, y por lo tanto también los momentos centrífugos y giroscópicos, además de desprejar los efectos de el ángulo de desajuste de guiñada. Por lo anterior el presente trabajo de investigación representa una continuación de lo reportado en [6], pero con modelos matemáticos de mayor precisión.

1.2. Problemática

La mayoría de los sistemas de control pasivos de ángulo de paso aplicados a aerogeneradores comerciales y mecanismos patentados emplean las fuerzas centrífugas para operar y hay una falta de desarrollo de dispositivos de control que utilicen la fuerza de torsión aerodinámica como fuente de movimiento. Los sistemas centrífugos en las pequeñas turbinas comerciales actúan en función de la velocidad angular y no de la velocidad del viento, por lo que no pueden actuar sobre la captación de potencia instantánea sino que lo logran con un retardo determinado, lo que tiene consecuencias

indeseadas si la función principal del mecanismo es la de protección del generador.

Por otro lado no se ha logrado una inserción exitosa de las sistemas de control activos en el mercado de las turbinas de pequeña potencia debido a que se deben emplear sensores y elementos electromecánicos costosos [6] [11].

La aplicación de un sistema de control de menor costo que mantenga una potencia de salida aproximadamente constante cuando se presentan velocidades de viento elevadas es imperativa para incrementar la rentabilidad de los sistemas eólicas y mejorar la calidad de la energía producida, principalmente, en emplazamientos con velocidades de viento de magnitud elevada como lo es una parte importante del Istmo de Tehuantepec.

Adicionalmente, los aerogeneradores de pequeña potencia que no cuentan con un sistemas de control de ángulo de paso se ven sometidas a mayores cargas mecánicas, y en consecuencia sufren un mayor daño por fatiga y por sobrecarga.

Los sistemas de control de ángulo de paso pasivos que utilizan la torsión sobre la pala en el eje longitudinal para mantener una potencia de salida próxima a un valor constante , son poco estudiados y sólo han sido modelados de forma teórica despreciando importantes variables.

1.3. Justificación

Un sistema de control de ángulo de paso aplicado a un aerogenerador de baja potencia permite captar una cantidad mayor de energía, que un sistema con pérdida pasiva o sin control, debido a que mantiene al aerogenerador produciendo una potencia cercana a la nominal cuando se presentan velocidades de viento elevadas. En contraste un aerogenerador que emplee como control pérdida aerodinámica pasiva se frenaría ante velocidades de viento elevadas [24], y si no hay sin ningún tipo de control ocurriría una entrada de potencia mecánica excesiva al generador que llevaría a daños en los sistemas electrónicos.

Otra ventaja de incluir un sistema de control de ángulo de paso con giro en dirección positiva es que presenta una contribución en la disminución de las cargas mecánicas sobre las palas lo que disminuye los daños mecánicos en todos los elementos del aerogenerador y contribuye así a incrementar la vida útil del sistema y reducción de costes asociados con estos daños.

La disponibilidad ordenadores potentes, así como software y conocimientos experimentales en aerodinámica y aeroelasticidad permiten simplificar el análisis de los sistemas de control de aerogeneradores, de manera que haciendo uso de simulaciones y analizando modelos matemáticos se pueden encontrar parámetros de control que difícilmente podrían obtenerse de manera experimental, lo que proporciona la posibilidad de mejorar, o simplificar mecanismos diseñados en décadas anteriores. Además, La actualidad de las publicaciones científicas que diseñan y analizan dispositivos semejantes muestran que el tema es de interés científico y comercial vigente.

Los recursos necesarios para el desarrollo de la investigación se centran en la utilización de software, que se encuentra disponible, por lo que se podría requerir una inversión sólo en cuestiones de traslado para capacitación respecto al uso del módulo de algún software y aprendizaje de métodos y técnicas determinadas.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

Diseñar conceptualmente un sistema de control pasivo de ángulo de paso de las palas aplicado a un aerogenerador de baja potencia de manera que la potencia de salida del rotor sea aproximadamente constante en velocidades de viento mayores a la nominal.

1.4.2. Objetivos Particulares

1. Seleccionar y analizar modelos matemáticos que permitan estudiar el comportamiento del sistema viento-rotor-generador
2. Proponer la configuración del sistema de control
3. Analizar las palas y obtener curva de máxima extracción de potencia
4. Modelar el rotor eólico y la interacción viento-rotor-generador
5. Obtener parámetros de control
6. Dibujar CAD del sistema de control y generar fichas técnicas de sus elementos

1.5. Hipótesis

Un sistema de control de ángulo de paso que emplea el momento aerodinámico de cabeceo y el torque de un resorte de torsión sobre cada pala puede satisfacer los criterios de control suficientes para mantener la potencia de salida del rotor aproximadamente constante en velocidades de viento mayores a la nominal, así como mejorar la calidad de la energía generada y reducir la magnitud de las cargas mecánicas.

1.6. Metodología

1.6.1. Elección de la configuración del sistema de control

Una revisión de fuentes de información extensa, que incluye libros, artículos científicos y patentes, permitió conocer los diferentes sistemas de control pasivos, se selecciona una configuración poco estudiada, y con resultados positivos en las investigaciones previas.

La presente investigación extiende las investigaciones previas empleando teorías y técnicas mas precisas y actuales con el fin de obtener un resultado distinto y lograr una innovación en el sistema de control final.

1.6.2. Análisis de las palas

El diseño del sistema de control pasivo requiere conocer de antemano las características de las palas y la curva del generador que conforman al sistema en estudio.

Se emplearon palas diseñadas por el M.C. Alcides Dias Sosa [23], las cuales están dimensionadas aerodinámica y estructuralmente para las cargas y vientos propias de la región del Istmo de Tehuantepec, Oaxaca. Estas palas ocupan perfiles aerodinámicos de la familia DU y corresponden a un rotor eólico con potencia de 9.8 kW. Las magnitudes nominales para las cuales el rotor fue calculado de acuerdo con la información proporcionada se presenta en la tabla 1

Tabla. 1. Magnitudes Nominales de operación del rotor

Potencia Nominal	9.8 kW
Velocidad Nominal	10.5 m/s
Vel. Angular Nominal	19.5 rad/s

La información útil para esta investigación con respecto a las palas son su geometría y las propiedades de los materiales que las componen. Su geometría queda perfectamente definida por el número de secciones transversales o estaciones empleadas para su diseño,

el radio, perfil aerodinámico, cuerda, y espesor de las paredes de cada sección, tal información se encuentra disponible en la tabla 2. Los materiales que componen la pala no será publicado aquí debido a que es información confidencial de la investigación de Dias A [23] .

Tabla. 2. Características relevantes de las palas seleccionadas.

Estación	Radio (m)	Cuerda (m)	Twist (°)	Perfil	Espesor (m)
1	0.525	0.249	22.17	DU97W300	0.005
2	0.856	0.271	19.82	DU97W300	0.005
3	1.186	0.240	17.46	DU97W300	0.005
4	1.517	0.217	15.11	DU91W250	0.005
5	1.847	0.194	12.76	DU91W250	0.005
6	2.178	0.171	10.41	DU91W250	0.005
7	2.508	0.147	8.05	DU91W250	0.005
8	2.839	0.126	5.7	DU95W210	0.003
9	3.169	0.103	3.35	DU95W210	0.003
10	3.5	0.079	1	DU95W210	0.003

El análisis de la pala consiste en varias etapas. La primera es realizar un dibujo CAD de las mismas, e introducir los materiales de los que están compuestas para encontrar su tensor de inercia. A continuación se debe obtener la potencia producida por el rotor ante distintas velocidades angulares y velocidades del viento, y de esta manera conocer sí en su diseño se agregó un sistema de pérdida aerodinámica pasiva.

Por otro lado, es importante conocer la curva de torque contra velocidad que el generador eléctrico inyectará al rotor. Esta curva depende tanto del generador cómo del sistema de control del mismos, los cuales son desconocidos, por esto se supondrá que tal curva corresponde a la curva de máxima extracción de potencia de las palas, lo cual será cierto mientras que el generador admita un control que modifique el comportamiento de su torque a esta curva.

La búsqueda de la curva de máxima extracción de potencia del rotor se realiza empleando como información de entrada la geometría de las palas, y como herramientas se emplean simulaciones con teorías semi-empíricas. Las teorías más utilizadas para anali-

zar la aerodinámica de las palas son la técnica de BEM [12], el ajuste de Montgomerie [20], y el método de paneles [19]. No se dispone de algún programa que permita hacer uso de estas teorías para encontrar la curva de extracción de máxima potencia, por lo que se propone codificar sus modelos matemáticos en MATLAB, con excepción del método de paneles para el cuál se encuentra disponible el software de código abierto XFOIL, que puede ejecutado desde MATLAB.

El proceso para la obtención de la curva de extracción de máxima potencia puede derivar de los principios experimentales descritos en [5], de manera que el proceso resultante se resume en el diagrama de flujo mostrado en la Fig. 1.1.

El proceso inicia con la repetición de la técnica BEM con distintas velocidades de viento U_o y velocidades angulares Ω como variables independientes para obtener curvas de coeficiente de potencia C_p y torque. Se optimizan las curvas de $C_p(U_o, \Omega)$ para encontrar los puntos máximos, de los cuales se extraen sus respectivos valores de U_o y Ω .

Se localizan los puntos de máximo C_p en la curva de torque contra velocidad angular y velocidad de viento, y se obtienen puntos que representan el torque para el cuál la extracción de potencia es máxima. Los puntos son interpolados para obtener la curva que representará al generador eléctrico.

Tales puntos deben ser llevados a un bloque en Simulink para la simulación posterior del sistema viento-rotor-generador

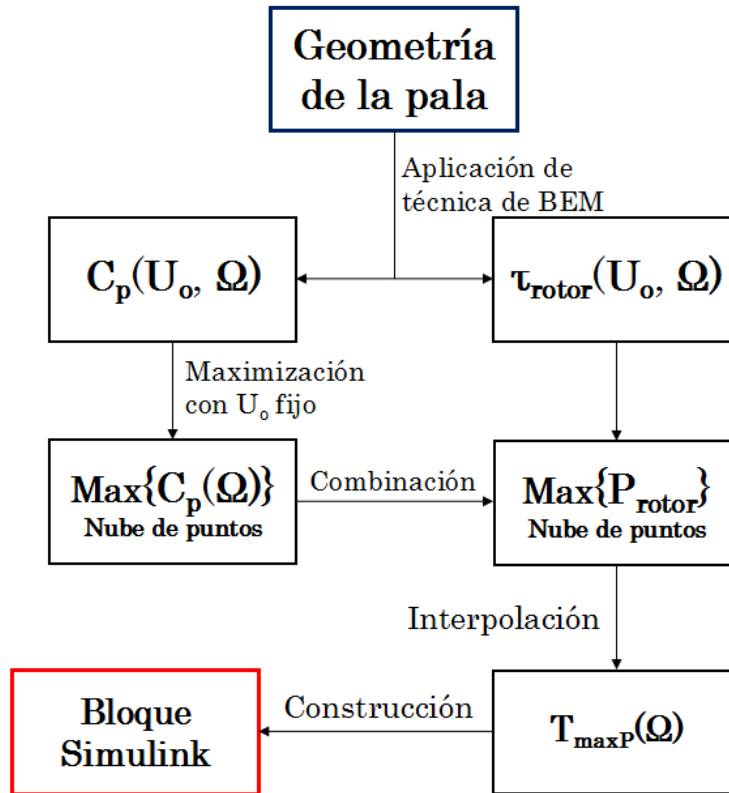


Fig. 1.1. Diagrama de flujo para la obtención de curva de máxima extracción de potencia

1.6.3. Modelado del rotor eólico y de la interacción viento-rotor-generator

Se utilizan las ecuaciones de la cinemática para modelar el rotor como un conjunto de cuerpos rígidos y se sigue la metodología de Denavit-Hartenberg de robots manipuladores [17], lo que implica inicialmente la correcta orientación y localización de los sistemas coordenados, luego la determinación de las matrices de transformación homogénea (MTH) que sirven como medio para calcular la matriz jacobiana, esta última permite conocer el vector de velocidades lineales y angulares finales si se conoce la tasa de cambio en el tiempo de las coordenadas generalizadas.

Conociendo el vector de velocidades finales es posible calcular la energía cinética, mientras que las MTH sirven además para calcular la energía potencial de cada pala, con estos datos y conociendo las matrices de inercia de cada pala y el momento de inercia del buje del aerogenerador sobre el eje principal del mismo es posible calcular el Lagrangiano del sistema.

Las ecuaciones de Euler-Lagrange [26] que se utilizan son empleadas para encontrar las ecuaciones del movimiento del sistema expresadas en las coordenadas generalizadas previamente elegidas. Es conveniente elegir a la posición en pitch γ y a la velocidad angular del rotor Ω como coordenadas generalizadas, o bien a coordenadas semejantes que se obtengan de manera natural del modelado.

La modelación de la evolución en el tiempo de la velocidad y dirección del viento pueden ser funciones sinusoidales o tipo rampa que garanticen la funcionalidad del sistema ante otro tipo de funciones de entrada.

La técnica de BEM puede ser introducida en un bloque de Simulink tipo "Función de MATLAB", que puede emplear los resultados de las ecuaciones de movimiento en tiempo real así como las series de tiempo para calcular las fuerzas aerodinámicas sobre el rotor.

Finalmente, tanto las ecuaciones de movimiento, como la técnica de BEM, el modelo del generador y las funciones del viento sobre el tiempo deben ser incorporadas a un diagrama de bloques general, donde las conexiones sean las variables comunes entre todos los sistemas, la Fig. 1.2 ilustra el proceso de construcción. Tal diagrama de bloques permitirá emplear los modelos para realizar simulaciones de la dinámica del rotor ante distintas funciones de viento.

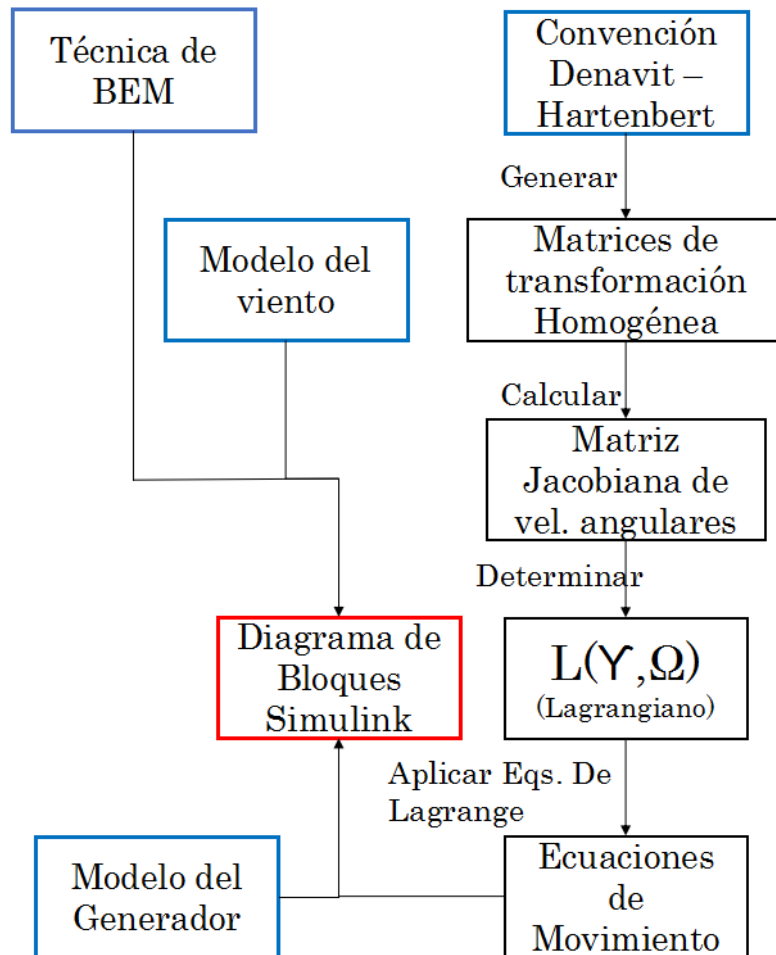


Fig. 1.2. Diagrama de flujo de la construcción del diagrama de bloques general

1.6.4. Determinación de los parámetros del mecanismo de control

El primer paso para este proceso es definir los criterios de control en base a las características de las palas seleccionadas, la funcionalidad del mecanismo y las experiencias con otros sistemas similares reportadas en artículos y libros.

Para el ajuste del coeficiente de amortiguamiento, se hará variar ordenadamente tal

parámetro hasta encontrar un rango de valores en el cual las oscilaciones sean menores. Por otro lado la determinación del índice de resorte implica conocer dos parámetros, el primero es el par que el resorte debe de ejercer inicialmente para evitar que el sistema de control actúe en velocidades menores a la nominal y a continuación se debe determinar el índice de resorte que mantiene la potencia más próxima a un valor constante, de acuerdo con los criterios establecidos.

El sistema de control se evalúa de la siguiente manera, se determina si la potencia de una función tipo rampa saturada es convergente y cumple con los criterios de control, y en segundo lugar si la potencia oscila dentro de los límites aceptables ante funciones de viento tipo senoidal con aceleración máxima de diseño. Es decir, se deberá elegir un valor de aceleración que supere a las aceleraciones que ocurrirán en campo para asegurar la funcionalidad del control.

Posteriormente, y en caso de que el control lineal no sea posible con los 2 elementos anteriores, se deberá hacer un análisis de los modelos matemáticos y proponer soluciones para agregar un tercer elemento de control pasivo.

Un análisis iterativo llevará a valores adecuados de índice de resorte, coeficiente de amortiguamiento, torque inicial, así como masa y posición del contrapeso tal que el mecanismo cumpla con los criterios de control establecido.

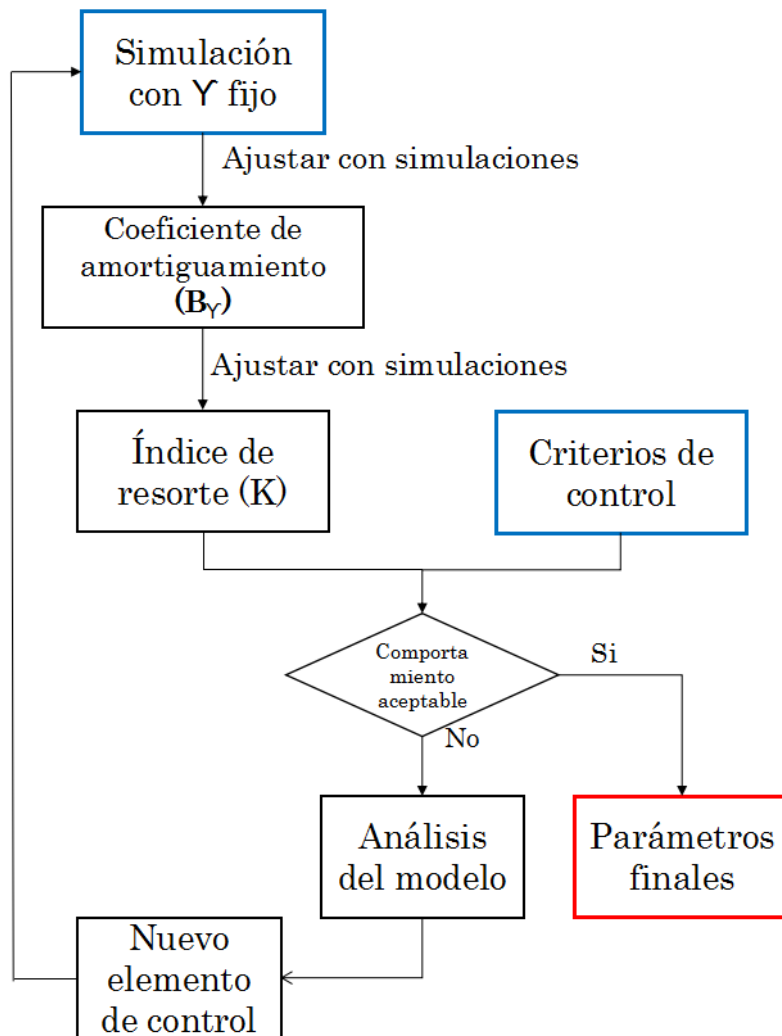


Fig. 1.3. Diagrama de flujo de la determinación de los parámetros de control

1.6.5. Generación de diagrama CAD y características de los elementos del sistema de control

Se generarán esquemas visuales que sugieran una adecuada incorporación de los componentes del sistema de control en un buje y con respecto a las palas, que faciliten el proceso de diseño mecánico.

Por otra parte las características de cada componente, así como los ciclos de fatiga

anuales a los que estará sometidos, serán extraídos del proceso de simulación para su futura adquisición o manufactura.

Finalmente se empleará el modelo simple de carga sugerido por la norma internacional IEC 61400 - 2 [4] [14] para determinar las cargas máximas a las que cada elemento del rotor será sometido. Esta información se presentará para permitir el diseño mecánico complementario en un trabajo posterior.

1.7. Alcances y Limitaciones

La investigación finalizará satisfactoriamente cuando se haya cumplido el objetivo de generar dibujos CAD del mecanismo junto con la características de los elementos que componen el sistema de control.

Un producto importante de la investigación es un programa codificado en la plataforma Matlab/simulink, que permita simular la interacción entre el viento, el rotor y un generador tal que permita evaluar distintos sistemas de control de ángulo de paso ya sean pasivos o activos.

Una limitación importante es que las palas no han sido manufacturada, y el generador eléctrico no se encuentra disponible, por lo que no se tienen los elementos para evaluar la operación del mecanismo. Por lo anterior la manufactura del mecanismo y su evaluación experimental están fuera del alcance de esta tesis.

1.8. Configuración del sistema de control seleccionada

Debido a que existe poca investigación sobre sistemas de control pasivos de ángulo de paso que empleen el momento aerodinámico de cabeceo sobre la pala [9] [6] con respecto a los sistemas de control centrífugos, esta configuración es más propicia para la obtención de resultados innovadores. Además las investigaciones anteriores revelan que o bien las simulaciones despreciaron la matriz de inercia total [9] o bien trabajaron

principalmente con un momento centrífugo [9] desaprovechando el potencial de emplear fuerzas aerodinámicas.

Una posible ventaja de emplear fuerzas aerodinámicas es que dependen instantáneas de la velocidad de viento y el control de la potencia puede ser más rápido que utilizar la velocidad angular del rotor, la cual depende de la velocidad del viento con un retardo temporal.

Porizala [6] indica que el torque centrífugo sobre la pala es el de mayor magnitud y por tanto es el mas relevante, pero también señala que la dirección del torque se opone al giro de la pala en dirección positiva, esto es en la dirección en que el ángulo de ataque se incrementa.

En la presente investigación se propone emplear un contrapeso para disminuir, anular o invertir el torque centrífugo sobre la pala y de esta manera poder gobernar al sistema empleando principalmente el momento aerodinámico de cabeceo.

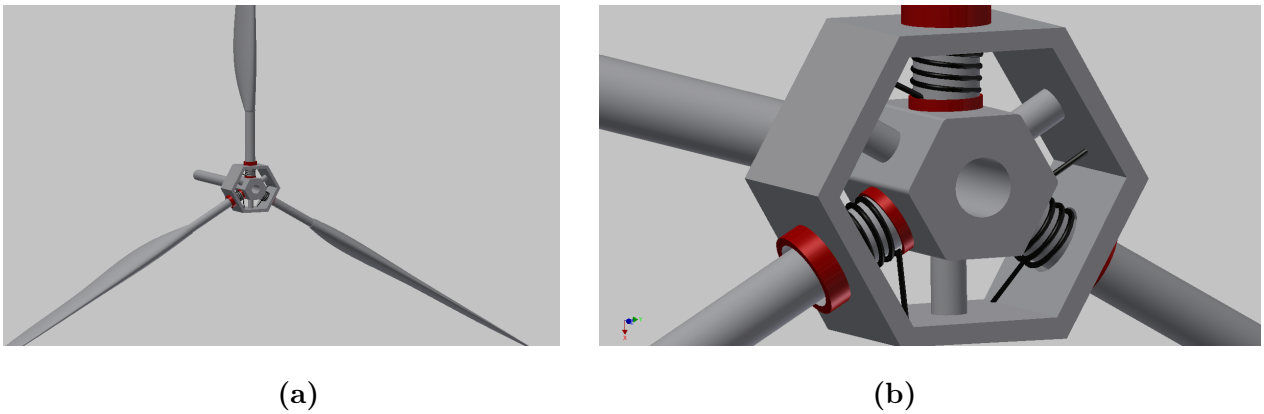


Fig. 1.4. Configuración del sistema de control seleccionada.

De lo anterior la configuración seleccionada, como se puede observar en las figuras 1.4 (a) y (b), consta de un resorte de torsión cuyo eje de acción está directamente paralelo al eje de paso de pala cómo se aprecia en la figura, mientras que los cilindros rojos representan a la vez rodamientos y elementos de amortiguamiento angular. Un tercer elemento de control podría ser incorporado.

Capítulo 2

Marco Teórico

A continuación se describen y desarrollan teorías con sus respectivos modelos matemáticos que servirán como fundamentos para el desarrollo de la investigación. Aquí se desarrollan las técnicas, conceptos y metodologías que son útiles para el modelado de los sistemas en estudio.

Para describir el proceso de captación de energía por parte del aerogenerador es útil emplear teorías semi-empíricas que permitan describir diferentes fenómenos, entre los que destacan la interacción entre el viento y los perfiles aerodinámicos que se abarca con la teoría de las secciones de pala [18], la teoría de Montgomerie [20] y el método de Paneles [19].

La variación de la velocidad de las partículas de viento dentro de el volumen de control definido por el fluido que interactúa con el rotor es descrito empleando la teoría general del momento y los elementos de pala (BEM) [12] [15].

La convención de Denavit-Hartenberg para robots manipuladores [16] [17], permite realizar la cinemática directa, es decir calcular las energías cinética y potencial, las cuales son datos de entrada para las ecuaciones de Lagrange [26] que es a su vez útil para encontrar las ecuaciones de movimiento del sistema.

La determinación de los esfuerzos máximos a los que se enfrentan los diversos elementos del rotor pueden ser obtenidos de manera sencilla empleando el modelo simple de carga.

2.1. Teoría del momento axial

En la teoría del momento axial se ajusta el principio de la conservación del momento lineal de los fluidos al estudio de los aerogeneradores. Esta teoría realiza una primera aproximación al análisis de fuerzas sobre el aerogenerador, considerando que la fuerza total que el viento ejerce sobre el rotor es igual al incremento del momento del flujo de viento, es decir a su flujo másico por la diferencia de velocidad antes y después de que la corriente sea afectada por el rotor.

Algunos efectos reales son despreciados en esta primera aproximación, pero que serán corregidos posteriormente llevando el cálculo a una mejor aproximación. Entre las suposiciones de esta teoría se encuentra; que el fluido es incompresible por lo que su densidad es constante (en la práctica el flujo se aproxima a la incompresibilidad); el viento siempre fluye de manera axial; el rotor es un disco poroso circunscrito sin palas y con un grosor despreciable.

El flujo de viento es afectado mucho antes de que el flujo impacte con el rotor, debido a que el rotor representa un obstáculo que genera un gradiente brusco en la presión estática del flujo, lo cual tiene repercusiones sobre los elementos de flujo anterior.

Permitamos que \dot{m} sea el flujo másico en kg/s , definido por la Eq. 2.1, U_0 la velocidad axial del viento aguas arriba en m/s (una distancia antes del rotor tal que éste no tiene influencia sobre la velocidad del viento), u_R la velocidad del viento en el plano del rotor en m/s , U_1 la velocidad del viento aguas abajo m/s (una distancia después del rotor tal que la presión es igual que aguas arriba), ρ es la densidad del aire en kg/m^3 , p sea la presión del aire en N/m^2 en la región de aguas arriba pero también en aguas abajo, p^+ la presión justo antes del rotor en N/m^2 , p^- la presión justo después del rotor en N/m^2 , A_0 , A y A_1 serán utilizados para denotar el área en m^2 de secciones transversal del volumen de control que encierra al fluido de estudio correspondiente a aguas arriba, rotor y aguas abajo respectivamente.

El volumen de control (V.C.) se ajusta a la zona por la cual transita el fluido que

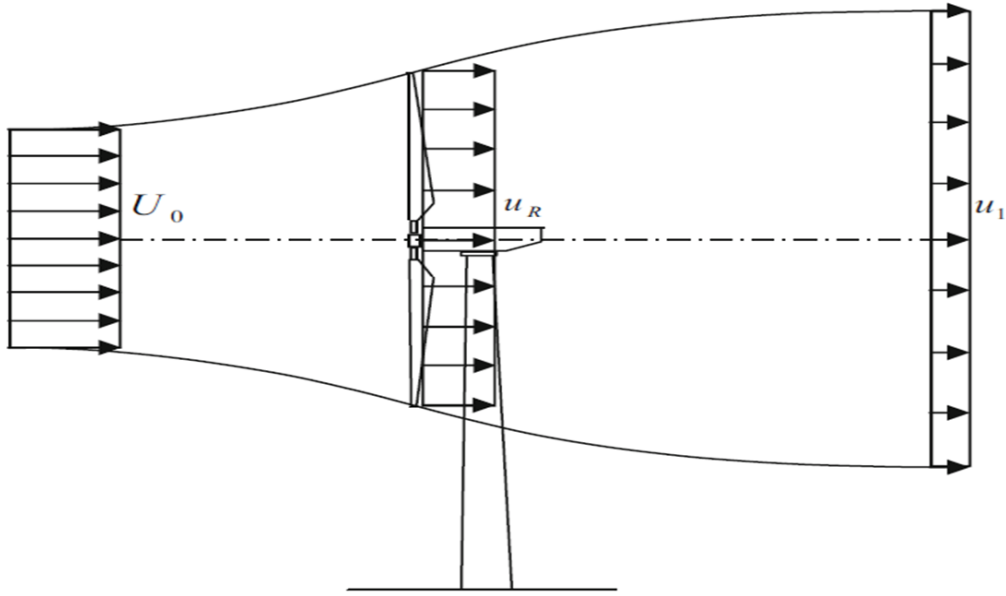


Fig. 2.1. Volumen de control asociado con el flujo de viento que atraviesa un disco actuador [12].

exclusivamente cruza el disco del rotor, este volumen tiene un área transversal variable como se aprecia en la Fig. 2.1 y una longitud teóricamente infinita. Dado que se supuso una densidad del viento constante deberá variar tanto la velocidad y como la presión estática en toda la longitud del V.C.

$$\dot{m} = \int \rho u dA = \rho U_0 A_0 = \rho u_R A = \rho U_1 A_1 \quad (2.1)$$

Dado que en este modelo el viento fluye siempre axial, la única fuerza que el viento puede aplicar sobre el rotor es una fuerza axial que denominaremos empuje o thrust (T_h). De acuerdo con el principio de la conservación del momento el empuje está relacionado con el flujo másico y los cambios de velocidades aguas arriba y abajo por

$$T_h = \dot{m} (U_0 - U_1) = \rho u_R A (U_0 - U_1) \quad (2.2)$$

Al aplicar el principio de Bernoulli de la conservación de la energía de los fluidos a los volúmenes de control definidos por el volumen que encierra A_1 con A , y A con A_0 ,

es decir aquellos donde no hay pérdidas de energía, obtenemos las ecuaciones

$$p + 1/2\rho U_0^2 = p^+ + 1/2\rho u_R \quad (2.3)$$

y

$$p + 1/2\rho U_1^2 = p^- + 1/2\rho u_R \quad (2.4)$$

en donde se denota que la velocidad con la que el flujo atraviesa el disco es uniforme, y de esta manera no se viola el principio de la conservación de la materia.

Despejando en ambas ecuaciones el término $1/2\rho u_R$ podemos igualarlas para eliminar dicho término, luego despejar las presiones y obtener el gradiente de presiones en torno al rotor como función de las velocidades aguas abajo y aguas arriba, definido en

$$\Delta p = (p^- - p^+) = 1/2\rho(U_0^2 - U_1^2). \quad (2.5)$$

Tomando en cuenta que el empuje del aire sobre el disco, es debido a la diferencia de presiones sobre sus caras, podemos obtener

$$T = A\Delta p = 1/2A\rho(U_0^2 - U_1^2). \quad (2.6)$$

Si igualamos las ecuaciones 2.6 y 2.2 a fin de eliminar T y despejamos la velocidad en el disco actuador u_R obtenemos

$$u_R = 1/2(U_1 + U_0). \quad (2.7)$$

Para realizar un análisis se propone el factor de inducción axial a el cual es la razón de la razón de la velocidad disminuida desde el viento libre hasta el disco del rotor sobre la velocidad del viento libre, su definición se expresa en

$$u_R \equiv (1 - a)U_0 \quad (2.8)$$

que puede ser introducida en 2.7 y de esta manera conocer la fracción de la velocidad inicial del viento U_0 en la cual ésta disminuye al llegar aguas abajo, el resultado es

$$U_1 = (1 - 2a)U_0. \quad (2.9)$$

2.2. Teoría general del momento

La teoría general del momento comienza con la teoría del momento axial que sólo toma en cuenta el desplazamiento del viento en la dirección axial al disco actuador y desprecia la trayectoria tridimensional del viento. Los efectos de la trayectoria tridimensional del flujo son considerados en la teoría general del momento, la cual fue desarrollada por Glauert en 1935 y Jowkowsky (1912 - 1918) [12].

De manera similar al análisis de la sección anterior, el estudio del flujo de viento se realiza empleando volúmenes de control. Los volúmenes de control ahora serán definidos como secciones anulares del tubo de flujo de viento anterior (Ver Fig. 2.2), tales volúmenes serán divididos con respecto al plano del rotor, en sub-volúmenes en los que la presión total del flujo se conserva puesto que el flujo experimenta una pérdida de energía y por tanto de presión total al atravesar al rotor. A partir de ahora cada sección anular será la unidad de estudio y estará definida por un radio r en m desde el centro del eje del rotor hasta su posición (en coordenadas polares), y tendrá además un espesor Δr .

En la teoría general del momento se considera que el rotor tiene un movimiento rotacional con una velocidad angular Ω en rad/s , la velocidad del viento es tridimensional \mathbf{V} y se descompondrá en tres componentes en coordenadas cilíndricas, los cuales son el componente axial u , radial v y azimutal u_θ (la velocidad angular del flujo de viento es u_θ/r). Se considerará que en el viento aguas arriba no existen componentes radiales ni azimutales de la velocidad, por lo que la velocidad podrá definirse completamente por su componente axial $\mathbf{V}_0 = (U_0, 0, 0)$, justo antes del disco actuador no existirá componente azimutal de la velocidad, por lo que $\mathbf{V}_1 = (u_1, u_{\theta 1}, 0)$. Notando que la velocidad azimutal del flujo de viento es una consecuencia de la rotación del rotor y de acuerdo con los principios de la transferencia de momento angular la rotación del flujo de viento detrás de la turbina debe tener una dirección contraria a la dirección de la rotación del rotor.

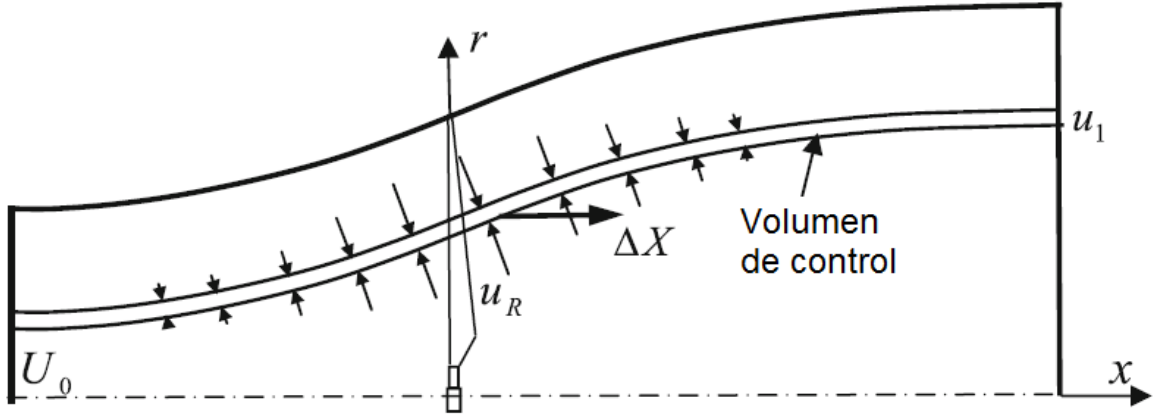


Fig. 2.2. Detalle de un volumen anular de control con respecto a una pala [12].

Si aplicamos la ecuación de Bernoulli para uno cualquiera de nuestros volúmenes de control podremos relacionar la presión total del flujo a cada lado del rotor con la presión estática y dinámica del fluido mediante las ecuaciones

$$H_0 = p_0 + 1/2U_0^2 = p^+ + 1/2\rho(u^2 + v^2) \quad (2.10)$$

y

$$H_1 = p_1 + 1/2\rho(u_1^2 + u_{\theta 1}^2) = p^- + 1/2\rho(u^2 + v^2 + u_\theta^2) \quad (2.11)$$

en donde que H_0 y H_1 son la presión total en N/m^2 de los volúmenes anterior y posterior al rotor respectivamente. El resto de la notación es la misma que se utiliza en la sección anterior.

Se define la diferencia de presión a cada lado del rotor como Δp , es decir $\Delta p \equiv p^+ - p^-$. Si se resta al primer y tercer miembros de la Eq. 2.10 el primer y tercer miembro de la Eq. 2.11 se obtiene

$$H_0 - H_1 = \Delta p - 1/2\rho u_\theta \quad (2.12)$$

Luego si se resta al primer y segundo miembro de la Eq. 2.10 el primer y segundo miembro de la Eq. 2.11, y posteriormente se despeja el término $p_0 - p_1$ se obtiene la

$$p_0 - p_1 = 1/2\rho(u_1^2 - U_0^2) + 1/2\rho u_{\theta 1}^2 + (H_0 - H_1) \quad (2.13)$$

Al substituir Eq. 2.12 en Eq. 2.13 se obtiene

$$p_0 - p_1 = 1/2\rho(u_1^2 - U_0^2) + 1/2\rho(u_\theta^2 - u_{\theta 1}^2) + \Delta p. \quad (2.14)$$

En el punto de vista de un marco de referencia rotacional, que gira en torno al eje de giro del rotor y con una velocidad angular igual a la del rotor (Ω), el flujo de viento pierde presión dinámica al atravesar el plano del rotor, esta pérdida de presión es igual a la ganancia de presión estática Δp en virtud de que dicha presión estática se produce por la transferencia de momento del flujo de viento al rotor, por lo tanto es posible describir los cambios en la presión a ambos lados del rotor en este nuevo marco de referencia empleando

$$p^+ + 1/2\rho [u^2 + v^2 + (\Omega r)^2] = p^- + 1/2\rho [u^2 + v^2 + (\Omega r - u_\theta)^2] \quad (2.15)$$

de la cual se puede despejar Δp para obtener

$$\Delta p = -\rho\Omega r u_\theta + 1/2\rho u_\theta^2. \quad (2.16)$$

Si sustituimos la Eq. 2.16 en la Eq. 2.14 podremos definir $p_0 - p_1$ en función de las velocidades de flujo y rotor, así como del radio del volumen de control en análisis, que al simplificarse se convierte en

$$p_0 - p_1 = 1/2\rho(u_1^2 - U_0^2) - \rho\Omega r u_\theta + 1/2\rho u_{\theta 1}^2. \quad (2.17)$$

El empuje sobre el disco actuador en la dirección axial T_h está dado por la conservación del momento axial definido como

$$\oint_{C.V.} (u\rho\mathbf{V}d\mathbf{A}) = T_h - \oint_{C.V.} (pd\mathbf{A}\mathbf{e}_x) \quad (2.18)$$

donde \mathbf{e}_x es un vector unitario en la dirección axial.

Si aplicamos la ecuación 2.18 al volumen de control comprendido entre todo el volumen encerrado por las áreas de las secciones de aguas arriba y aguas abajo, obtendremos

$$T_h = \int_{A_0} U_0^2 \rho dA_0 - \int_{A_1} U_1^2 \rho dA_1 + P_0 \Delta A_0 - P_1 \Delta A_1 \quad (2.19)$$

En donde se denomina ΔA y ΔA_1 a las áreas de los volúmenes de control anulares en la sección del rotor y aguas abajo respectivamente, con la finalidad de expresar que al sumar los incrementos de área de todas las secciones anuales se obtiene el área total del tubo de corriente.

La ley de la conservación de la materia en el volumen de control puede ser expresada con la ecuación como

$$\dot{m} = \int_{A_0} U_0 \rho dA_0 = \int_A U \rho dA = \int_{A_1} U_1 \rho dA_1 \quad (2.20)$$

de manera que al aplicar este principio a Eq. 2.19 se obtiene

$$T_h = \int_A (U_0 - U_1) U \rho dA + P_0 \Delta A_0 - P_1 \Delta A_1 . \quad (2.21)$$

Para facilitar el análisis matemático se agrega el término ΔY a la ecuación 2.21, este nuevo término se define como la diferencia de fuerza que existiría si se aplicara la presión aguas arriba P_0 al área de la sección aguas abajo ΔA_1 con respecto a la fuerza de su aplicación natural al área de la sección aguas arriba ΔA_0 , que matemáticamente se escribe de la siguiente manera

$$\Delta Y \equiv P_0 (\Delta A_0 - \Delta A_1) = \int_{lb} P_0 dA \vec{e}_x \quad (2.22)$$

Después de resolver la integral, agregar ΔY y re-ordenar los términos la ecuación 2.21 se obtiene que

$$T_h = (U_0 - U_1) U \rho \Delta A + \Delta A_1 (P_0 - P_1) + \Delta Y . \quad (2.23)$$

Si se aplica la conservación del momento (Eq. 2.18) a el volumen de control comprendido entre las secciones del tubo de corriente inmediatamente antes y después del rotor, se encuentra que

$$T_h = \Delta A (p^+ - p^-) . \quad (2.24)$$

Al combinar Eq 2.24 con Eq. 2.16, obtenemos

$$T_h = \Delta A (-\rho \Omega r u_\theta + 1/2 \rho u_\theta) . \quad (2.25)$$

Combinando Eq. 2.25 y Eq. 2.23, con un arreglo algebraico se obtiene

$$-\rho\Omega ru_\theta + 1/2\rho u_\theta = (U_0 - U_1)U\rho - \frac{\Delta A_1}{\Delta A}(p_0 - p_1) + \frac{\Delta Y}{\Delta A}. \quad (2.26)$$

Sí se emplean algunos términos que permiten transformar algunas variables difíciles de medir en campo en variables más prácticas, tales términos son el coeficiente de interferencia axial $a = 1 - u/U_0$, coeficiente de interferencia axial aguas abajo $b = 1 - U_1/U_0$, coeficiente de interferencia radial $a' = -u_\theta/2r\Omega$, coeficiente de velocidad específica $\lambda = \Omega R/U_0$, y $x = r/R$, al aplicarlos a la Eq. 2.26, y después de un arreglo, se genera

$$2b(1 - a) = \frac{p_1 - p_0}{1/2\rho U_0^2} \frac{1 - a}{1 - b} + \frac{1}{1/2\rho U_0^2} \frac{\Delta Y}{\Delta A} + 4\lambda^2 x^2 a'(a + a') \quad (2.27)$$

Que es la ecuación central de esta teoría.

2.2.1. Simplificación de Glauert - Jowkowsky

La ecuación 2.27 es difícil de utilizar debido a la gran cantidad de variables sin conocer, por ello se realizaron diversas simplificaciones, algunas de ellas justificadas sólo experimentalmente pero que han ofrecido suficiente precisión como para detornar el diseño de rotores de aerogeneradores eficientes desde mediados del siglo XX. La primer simplificación consiste en despreciar el término ΔY , dado que es muy pequeño, en la ecuación 2.23 la cual se combina nuevamente con Eq. 2.25, para obtener

$$u(U_0 - U_1)\rho\Delta A + (p_0 - p_1)\Delta A_1 = [\rho\Omega ru_\theta + 1/2\rho u_{\theta 1}^2]\Delta A. \quad (2.28)$$

De acuerdo con la conservación de la masa de los fluidos $u\rho\Delta A = U_1\rho\Delta A_1$, por lo que al aplicarla y al introducir la Eq. 2.14, en la 2.28 se obtiene

$$U_1(U_0 - U_1)\rho\Delta A_1 + [1/2\rho(U_1^2 - U_0^2) - \rho\Omega ru_\theta + 1/2\rho u_{\theta 1}^2]\Delta A_1 = \frac{U_1}{u}(-\rho\Omega ru_\theta + 1/2\rho u_{\theta 1}^2)\Delta A_1. \quad (2.29)$$

Al multiplicar ambos miembros de Eq. 2.29 por -1 , y arreglarla algebraicamente se encuentra

$$(U_0 - U_1) = rU_1u_\theta \left[\frac{-2\Omega + u_\theta/r}{U_1} - \frac{-2\Omega + u_{\theta 1}/r}{u} \right]. \quad (2.30)$$

Otra simplificación consiste en suponer que $u \simeq 1/2(U_0 + U_1)$, tal como si se tratara de un flujo unidimensional, lo que implicaría que $U_1 \simeq U_0(1 - 2a)$. Adicionalmente se considera que $U_{\theta 1} \simeq U_\theta$. Con lo anterior y al aplicar los parámetros adimensionales como se hizo en la ecuación 2.26, sobre la Eq. 2.30 se llega a

$$(U_0 - (U_0 - 2U_0a))^2 = U_0(1 - 2a)XR(-2XR\Omega a')\left[\frac{-2\Omega - 2\Omega a'}{U_0(1 - 2a)} - \frac{-2\Omega - 2\Omega a'}{U_0(1 - a)}\right]. \quad (2.31)$$

Al reordenar la Eq. 2.31 se obtiene

$$a(1 - a) = X^2\lambda^2 a'(1 + a'), \quad (2.32)$$

que es la ecuación más utilizada en la teoría general del momento.

Para obtener una expresión de la potencia como función de parámetros adimensionales se emplean la ecuación de la conservación del momento angular para un fluido

$$\oint_{C.V.} ru_\theta \rho \vec{V} d\vec{A} = Q, \quad (2.33)$$

y la relación entre potencia y torque es decir

$$P = Q\Omega \quad (2.34)$$

donde Q es torque, entonces se puede resolver resolver Eq. 2.33 tomando en cuenta el análisis anterior donde no existe componente azimutal de la velocidad aguas arriba, y se obtiene

$$P = \Omega \int_{A_1} ru_\theta \rho U_1 dA_1. \quad (2.35)$$

Si se aplica la ecuación de la conservación de la energía a Eq. 2.35 y posteriormente se añade que $dA/dr = 2\pi r$, se llega a

$$P = \Omega \int_0^R 2\pi r^2 u_\theta \rho u dr \quad (2.36)$$

En donde se pueden introducir los parámetros adimensionales para obtener la expresión final de potencia como

$$P = 4\pi\rho\Omega^2 R^4 U_0 \int_0^R r^3 a'(1 - a) dr \quad (2.37)$$

y una expresión para el torque

$$Q = 4\pi\rho\Omega R^4 U_0 \int_0^R r^3 a'(1-a) dr. \quad (2.38)$$

Para determinar una expresión para el empuje se emplea la ecuación de la conservación del momento axial (Eq. 2.18), la cual se desarrolla tomando en cuenta que $\Delta Y = 0$ y una simplificación más sugerida por Glauert, esto es que $p_0 \simeq p_1$, lo que lleva a la ecuación Eq. 2.39

$$T = \int_0^R \rho(U_0 - u_1) 2\pi r u dr \quad (2.39)$$

Al aplicar los parámetros adimensionales se obtiene Eq. 2.40

$$T = 4\pi\rho U_0^2 \int_0^R r a(1-a) \quad (2.40)$$

2.3. Teoría de las secciones de pala y descripción del método de paneles

Cuando los sólidos interactúan con un fluido que fluye a su alrededor se producen fuerzas sobre los primeros, generalmente una fuerza en la misma dirección del fluido que es denominada arrastre o Drag, y en ocasiones, dependiendo de la forma del sólido surge otra fuerza en dirección perpendicular al flujo denominada sustentación o Lift.

En aerodinámica la Teoría de las Secciones de Pala se ha convertido en una herramienta útil para describir la interacción entre algunos cuerpos, como aspas de aerogeneradores y alas de aeronaves, con un flujo de viento. El análisis de este tipo de cuerpos cuyo eje de máxima extensión es perpendicular al flujo de viento, el cuerpo se analiza como una entidad bidimensional denominada perfil, que en la interacción con el viento produce fuerzas sobre unidad de longitud que pueden a su vez ser integradas a lo largo del cuerpo para aproximar el valor la sustentación y el arrastre producido en todo el cuerpo [18] [19].

Las fuerzas son producidas debido a que cuando el fluido se aproxima al cuerpo se ve forzado a rodearlo, por lo cual modifica la magnitud y dirección de la velocidad del fluido en el volumen circundante. De acuerdo con la ley de la conservación de la energía de los fluidos, cuando un fluido modifica su velocidad, su presión cambia de manera inversa, y se genera un campo de presiones en torno al cuerpo en estudio. Al existir una diferencia de presión entre las diferentes secciones de superficie surgen las fuerzas aerodinámicas ver Fig. 2.3.

En general la fuerza de arrastre es indeseable, y se han desarrollado perfiles que permiten producir una elevada fuerza de sustentación y mínima fuerzas de arrastre. Este tipo de perfiles comparten características comunes entre sí, por citar algunas poseen dos secciones curvas, una posterior denominada extrados e intrados para la curva inferior. Los puntos donde ambas curvas se unen se denominan bordes y se distinguen como

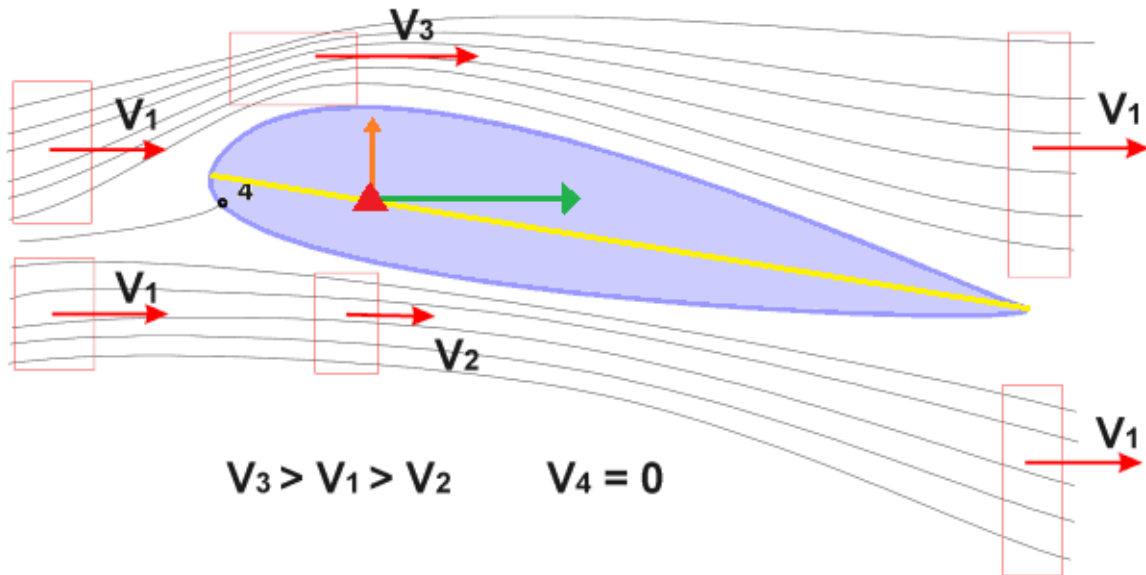


Fig. 2.3. Líneas de flujo de viento rodeando un perfil aerodinámico, línea de cuerda y fuerzas aerodinámicas.

borde de salida al más agudo y borde de entrada al más redondeado. La línea recta que une a ambos bordes se denomina cuerda que se observa como una línea amarilla en la Fig. 2.3.

El ángulo entre la línea de cuerda y una línea paralela al flujo de viento inicial se denomina ángulo de ataque α . La fuerza de sustentación y de arrastre son producto de una integración de pequeños elementos de fuerza en el contorno del perfil, por lo tanto no son fuerzas puntuales, sin embargo existe un punto tal que si se aplicaran ambas fuerzas sobre él tendría el mismo efecto que la aplicación natural de las fuerzas. Este punto es denominado centro de presión y se ilustra en la Fig. 2.3 como un triángulo rojo. La ubicación del centro de presión varía cuando se modifica el ángulo de ataque y la velocidad del viento.

Cuando el aspa de un aerogenerador es conectada a un buje con un sistema de control de ángulo de paso, se elige un eje de rotación longitudinal para la pala, el mismo que atravesará cada uno de los perfiles transversales que la componen, el cual es denominado eje de pitch. El eje de pitch visto desde una representación bidimensional se convierte en

un punto. Los procedimientos de diseño de la pala sugieren que este punto se ubique en sobre la línea de cuerda a una distancia del borde de ataque igual a 0.25 veces la cuerda.

Mientras que en la Fig. 2.3 el eje de pitch coincide aproximadamente con el centro de presión, esto no suele ser así en la práctica. Es claro que si las fuerzas aerodinámicas se aplican en un punto que no coincide con el eje de pitch provocarán un momento de torsión que intenta girar o torcer el perfil, el cual es denominado cómo momento de cabeceo o momento de pitcheo.

Para conocer las fuerzas aerodinámicas y el momento de cabeceo se pueden emplear arreglos experimentales, mecánica de fluidos computacional o el método de paneles. Para el desarrollo de esta investigación se empleo el software XFOIL, el cual generalmente ofrece resultados precisos, es computacionalmente barato, de código abierto y puede ser ejecutado desde la plataforma MATLAB.

El método de paneles consiste en reducir la superficie del perfil a un conjunto de líneas rectas que aproximen su curvatura, las cuales son denominadas paneles, y empleando las ecuaciones de Navier Stokes se aproxima el campo de presión que se produciría en el viento a causa de cada uno de los paneles por separado, como se aprecia en la Fig.2.4, finalmente los campos de presiones son superpuestos y los pequeños elementos de fuerza en la superficie pueden ser calculados.

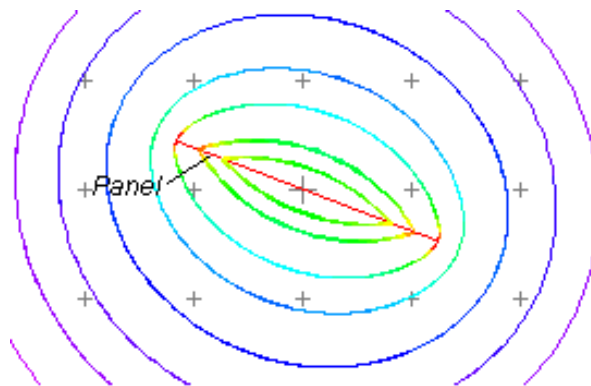


Fig. 2.4. Campo de presiones en torno a un panel ejemplificando el método de paneles.

Las fuerzas aerodinámicas y el momento de cabeceo son calculados como coeficientes adimensionales, los cuales se obtienen dividiendo las fuerzas aerodinámicas entre la energía cinética por unidad de flujo volumétrico la cual está dada por la Eq. 2.41. El coeficiente adimensional del momento de cabeceo se obtiene al dividirlo entre K_{fv} y posteriormente entre la cuerda.

$$K_{fv} = \frac{1}{2}\rho c V_{rel}^2 \quad (2.41)$$

Obtener los coeficientes permite además obtener los datos para un perfil con un tamaño específico, generalmente con una cuerda igual a un metro, y emplear los mismos datos para trabajar con perfiles de diferentes tallas sin que sea necesario repetir el cálculo para cada tamaño de cuerda.

La desventaja principal de emplear el método de paneles es que no se pueden obtener los coeficientes de las fuerzas y momentos para ángulos mayores a 20° grados o menores a -10° , y esta falta de información debe ser obtenida empleando otra técnica.

2.4. Método de extrapolación de Montgomerie

Bjorn Montgomerie en 2004 propuso un método para obtener valores aproximados de los coeficientes de sustentación y arrastre para ángulos mayores a 20° , este método considera que el comportamiento de los perfiles aerodinámicos se asemeja al de una placa plana en ángulos cercanos a los 90 grados, y al interpolar los datos obtenidos por XFOIL con el comportamiento de la placa plana se obtiene una aproximación adecuada del comportamiento del perfil [20].

El coeficiente de sustentación para cualquier ángulo de ataque $C_L(\alpha)$ está dado por la expresión

$$C_L(\alpha) = f(\alpha)t(\alpha) + (1 - f(\alpha))s(\alpha) \quad (2.42)$$

en donde $t(\alpha)$ es una función lineal de la forma

$$t(\alpha) = C_L(0) + C_{L\alpha}\alpha \quad (2.43)$$

que representa el comportamiento del perfil aerodinámico en ángulos entre -10 y 20° ; $s(\alpha)$ definido como

$$s(\alpha) = A'C_{D90}Sen(\beta)Cos(\beta) \quad (2.44)$$

representa el comportamiento de la placa plana. Aquí β se define por

$$\beta = \alpha - \delta 1 - \delta 2 \quad (2.45)$$

Donde $\delta 1$ y $\delta 2$ están dados por

$$\delta 1 = 57.6 C_{L90}sen(\alpha) \quad (2.46)$$

y

$$\delta 2 = \alpha_0 cos(\alpha) \quad (2.47)$$

respectivamente. Por su parte A' que se define como

$$A' = 1 + \frac{C_L(0)}{sen(45^\circ)}sen(\alpha) \quad (2.48)$$

es la amplitud de la curva resultante que se obtiene empleando Eq. 2.48. $f(\alpha)$ es una función de peso que le otorga más representación a una u otra de las funciones anteriores y se define como

$$f(\alpha) = \frac{1}{1 + K\Delta\alpha^4} \quad (2.49)$$

en donde K es una función del ángulo de ataque en el que se alcanza la máxima sustentación α_p , y se obtiene de la siguiente manera

$$K = \left(\frac{1}{f1(\alpha)} - 1 \right) \frac{1}{(\alpha_p - \alpha_L)} \quad (2.50)$$

En donde α_L es el punto donde termina el comportamiento lineal antes de alcanzar α_p . $f1(\alpha)$ es una constante que se Calcula empleando

$$f1(\alpha) = \frac{C_L(\alpha_p) - s(\alpha_p)}{t(\alpha_p) - s(\alpha_p)} \quad (2.51)$$

$C_L(0)$ es el coeficiente de sustentación cuando α es cero, $C_{L\alpha}$ es la pendiente de la zona lineal de los datos disponibles, C_{D90} es el coeficiente de arrastre cuando α es igual a 90° generalmente 1.8, y C_{L90} es el coeficiente de sustentación cuando α en el mismo ángulo generalmente igual a 0.08.

Para la determinación del coeficiente de sustentación en ángulos mayores a 20° se utiliza la

$$C_D = f(\alpha)C_{DI} + (1 - f(\alpha))C_{DP} \quad (2.52)$$

donde C_{DI} dado por

$$C_{DI} = \Delta C_D + C_{Df} \quad (2.53)$$

representa el coeficiente de arrastre en la región lineal, en donde

$$\Delta C_D = 0.13\Delta C_L \quad (2.54)$$

y C_{DF} es

$$C_{Df} = 1.25(tm/c) \quad (2.55)$$

En donde tm es el máximo espesor del perfil y c es la longitud de la cuerda. El término ΔC_L definen a su vez como

$$\Delta C_L = t(\alpha) - C_L(\alpha) \quad (2.56)$$

respectivamente.

Por otra parte C_{DP} se obtiene por

$$C_{DP} = C_{D90}\text{sen}^2(\alpha) \quad (2.57)$$

en donde C_{D90} se refiere al coeficiente de arrastre de una placa plana.

2.5. Teoría del momento y de los elementos de pala (BEM)

Existen varios métodos para predecir las fuerzas sobre de los rotores de las turbinas eólicas, sin embargo en el método más utilizado actualmente emplea la teoría del momento y los elementos de pala generalmente denominado por su nombre en inglés Blade Element Momentum (BEM) theory. Este método posee la ventaja de ser fácil de implementar en computadora y provee buenas aproximaciones a experimentos en túneles de viento. Su principal desventaja es la dependencia de bases empíricas que no siempre se encuentran disponibles [12].

El método BEM fue desarrollado en 1929 por Glauert [12] y consiste en una manera práctica de evaluar las fuerzas sobre las palas empleando como datos de entrada la velocidad azimutal del rotor Ωr (Donde Ω es la velocidad angular del rotor y r la distancia del eje del rotor y una sección cualquiera de la pala) y la velocidad del viento justo antes del rotor, con lo que se puede estimar el ángulo de ataque α , que es el ángulo entre la velocidad relativa y la línea de cuerda de cada perfil aerodinámico [12].

La velocidad axial del viento antes del rotor u_R sumada con la velocidad azimutal del viento en el mismo punto u_θ son los componentes de la velocidad relativa del viento V_r ; la cual puede ser determinada también como la suma de U_0 , Ωr y la denominada velocidad inducida ω_i que representa el cambio de velocidad que el viento sufre desde su camino aguas arriba hasta el plano del rotor.

Es claro que existe una velocidad tangencial u_R tanto en el plano de rotación como en un plano paralelo justo después de este, sin embargo la velocidad azimutal u_θ en teoría no debería aparecer sino justo después del plano del rotación, sin embargo existe una velocidad azimutal real dentro del plano de rotación, dado que si esto no fuera cierto la aceleración sufrida por las partículas de aire tendría una magnitud infinita, esta velocidad a la que denotaremos como u'_θ está dada por $u'_\theta = -a'\Omega r$. Dado que ésta

velocidad azimutal es contraria a la velocidad de rotación, se enfrenta directamente contra las palas, incrementando la velocidad relativa del viento desde un marco de referencia montado sobre la pala [15].

Dado lo anterior la velocidad total del viento sobre la superficie de la pala, es decir su velocidad relativa V_{rel} está dada por la suma vectorial de la velocidad aguas arriba, la velocidad angular del rotor, y la velocidad azimutal en el plano de rotación de aquí que

$$\mathbf{V}_{rel} = (U_0(1 - a), \Omega r, u'_\theta) = (U_0, \Omega r, a'\Omega r) \quad (2.58)$$

Por lo tanto para calcular la velocidad inducida es necesario restar a la velocidad en el plano de rotación la velocidad relativa, dado que la velocidad aguas arriba en el marco de referencia puesto en la pala rotando sería $U_0 = u_0 + \Omega r$, en resumen la velocidad inducida se obtiene por

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_0 = a'\Omega r - u_0 a . \quad (2.59)$$

La velocidad relativa forma un ángulo con respecto al plano del rotor ϕ y un ángulo con la línea de la cuerda de cada perfil, denominado ángulo de ataque α (ver Fig 2.5), la diferencia entre ambos ángulos es un ángulo que puede ser variable o constante dependiendo el tipo de aerogenerador y es denominado ángulo de paso o pitch γ . Las fuerzas generadas sobre el perfil son el arrastre o Drag (D) y la sustentación o Lift (L), que apuntan a la dirección de la velocidad relativa y su perpendicular en el plano del perfil respectivamente. La suma de las proyecciones de ambas fuerzas sobre el eje de plano del rotor forman F_t , mientras que la suma de sus proyecciones sobre el eje perpendicular al plano del rotor forman F_n .

Un análisis de la Fig 2.5 nos permite deducir las relaciones entre la velocidad relativa, el ángulo ϕ y las cantidades conocidas (U_0 y Ωr) la cual se expresa en

$$\text{sen}\phi = \frac{U_0(1 - a)}{V_{rel}} , \quad \text{cos}\phi = \frac{\Omega r(1 + a')}{V_{rel}} , \quad (2.60)$$

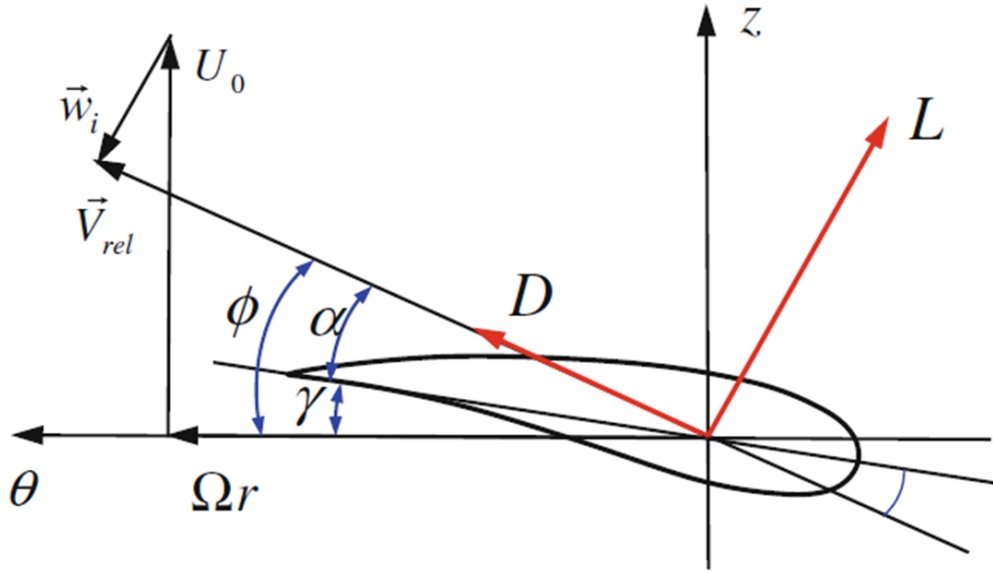


Fig. 2.5. Vectores de velocidades y fuerzas sobre un perfil [12].

que al ser multiplicadas entre sí producen a

$$V_{rel}^2 = \frac{U_0(1-a)\Omega r(1+a')}{\text{sen}\phi\text{cos}\phi} \quad (2.61)$$

Por otro lado al elevar al cuadrado 2.60 obtenemos

$$V_{rel}^2 = \frac{U_0^2(1-a)^2}{\text{sen}^2\phi}. \quad (2.62)$$

Del análisis de los vectores (Ver Fig 2.5), podemos relacionar C_n y C_t como función de C_l , ϕ y C_D mediante las ecuaciones

$$C_n = C_L\text{cos}\phi + C_D\text{sen}\phi \quad (2.63)$$

y

$$C_t = C_L\text{sen}\phi - C_D\text{cos}\phi. \quad (2.64)$$

La suma de las F_t sobre la pala generan la contribución de una pala al torque del rotor debido a las fuerzas aerodinámicas Q y la suma de las F_n generan la contribución de una pala a la fuerza de empuje T que apuntan a la dirección aguas abajo, por lo tanto

el cálculo total de torque y el empuje pueden ser calculados empleando las ecuaciones

$$\frac{dT}{dr} = N_b r F_n = 1/2 \rho c N_b V_{rel}^2 C_n \quad (2.65)$$

y

$$\frac{dQ}{dr} = N_b r F_t = 1/2 \rho c N_b V_{rel}^2 C_t \quad (2.66)$$

, en las que se puede sustituir las ecuaciones 2.61 y 2.62 para obtener

$$\frac{dT}{dr} = \frac{\rho N_b c U_0^2 (1-a)^2 C_n}{2 \text{sen}^2 \phi} \quad (2.67)$$

y

$$\frac{dQ}{dr} = \frac{\rho N_b c U_0^2 (1-a) \Omega r (1+a') C_t}{2 \text{sen} \phi \cos \phi} \quad (2.68)$$

Por otro lado, de acuerdo con la teoría del momento axial el empuje y torque aerodinámicos están definidos por

$$\frac{dT}{dr} = 4\pi \rho r U_0^2 a(1-a) \quad (2.69)$$

y

$$\frac{dQ}{dr} = 4\pi \rho r^3 \Omega U_0 a'(1-a) \quad (2.70)$$

que se obtienen de las ecuaciones 2.40 y 2.38 respectivamente y al igualar estas últimas con 2.67 y 2.68, y despejar a y a', se obtienen

$$a = \frac{1}{4 \text{sen}^2 \phi / (\sigma C_n) + 1} \quad (2.71)$$

y

$$a' = \frac{1}{4 \text{sen} \phi \cos \phi / (\sigma C_t) - 1} \quad (2.72)$$

Las cuales son las ecuaciones principales en la teoría de BEM, en donde el término

$$\sigma = \frac{N_b c}{2\pi r} \quad (2.73)$$

se conoce como solidez local.

El sistema de ecuaciones planteado en esta sección es implícito y no lineal, pero puede ser resuelto utilizando una técnica iterativa actualizable simple, que es la forma más usual del método BEM, los pasos del método se enumeran a continuación;

1. Dividir la pala en 20 o 30 secciones transversales homogéneamente espaciadas
2. Asignar valores a a y a' que pueden obtenerse del resultado del elemento anterior, y que en caso del primer elemento puede ser $a = 1/3$ y $a' = 0$
3. Calcular el ángulo de flujo ϕ , empleando la ecuación $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{1-a}{\lambda x(1+a')} donde λ es el coeficiente de velocidad específica (En inglés Tip Speed Ratio TSR) y se define por $\frac{\Omega r}{U_0}$ y X se refiere a la posición de la sección de pala en particular definido por $\frac{r}{R}$ donde R es la longitud entre el centro del eje del rotor y la punta de la pala.$
4. Calcular el ángulo de ataque empleando $\alpha = \phi - \gamma$ donde γ es un dato de entrada, y determinamos C_L y C_D de las tablas previas.
5. Calculamos C_t y C_n empleando 2.63 y 2.64
6. Actualizamos a y a' , empleando 2.71 y 2.72 y repetimos el proceso hasta que converja.

El método de BEM no considera un número finito de palas, el caso de los rotores altamente cargados, el flujo de viento no estacionario, el cambio de ángulo de Yaw ni el efecto del suelo sobre el viento, sin embargo existen algunos aditamentos (Add Ons en inglés) que nos permiten aproximar este tipo de fenómenos para tomarlos en consideración.

2.6. Aditamentos de la teoría BEM

2.6.1. Factor de corrección de Prandtl

Debido a que la teoría del momento considera que el viento es uniforme en cualquier superficie perpendicular a los volúmenes anulares de control, desprecia el efecto de la presencia de espacios entre las palas del rotor, es decir considera un número infinito de

palas; Este efecto se presenta como una disminución del torque y de la potencia que el rotor puede captar de la corriente de viento. Para aproximar más a la realidad nuestro modelo es necesario agregar un factor, denominado factor de corrección de Prandtl F , definido como

$$F = 2\pi \cos^{-1} \left[\exp\left(\frac{N_b(R-r)}{2\sin\phi}\right) \right] \quad (2.74)$$

el cual es añadido a las ecuaciones 2.69 y 2.70, de tal manera que al despejar nuevamente los coeficientes de interferencia axial y radial incluyendo el factor de Prandtl, se encuentren las ecuaciones

$$a = \frac{1}{4F \sin^2\phi / (\sigma C_n) + 1} \quad (2.75)$$

y

$$a' = \frac{1}{4F \sin\phi \cos\phi / (\sigma C_t) - 1} \quad (2.76)$$

2.6.2. Factor de corrección de Glauert

Cuando el factor de interferencia axial ocupa valores entre 0.3 y 0.5, el coeficiente de empuje desarrollado anteriormente deja de ser válido debido a que la velocidad del viento en la estela tiende a cero [13], por lo que se emplea

$$C_T = 4aF \left(1 - \frac{a}{4}(5 - 3a)\right) \quad (2.77)$$

lo que repercute en el método iterativo de manera que si a es menor que un valor a_c que suele ser fijado en 0.2, el coeficiente de inducción axial (a) será calculado empleando

$$a = \frac{1}{1 + \frac{4F \sin^2\phi}{\sigma C_n}} \quad (2.78)$$

y en caso de superar este valor se calculará con

$$a = \frac{1}{2} \left[2 + k(1 - 2a_c) \sqrt{(K(1 - 2a_c) + 2)^2 + 4K(a_c^2 - 1)} \right] \quad (2.79)$$

en donde k es calculado empleando

$$K = \frac{4F \sin^2\phi}{\sigma C_n} . \quad (2.80)$$

2.7. Teoría del desajuste de guiñada

Se denomina desajuste de guiñada o de Yaw al fenómeno en el que el flujo de viento no es perpendicular al plano del rotor. Su modelación implica un ajuste al código de BEM en el que se introducen ecuaciones que están relacionadas con los grados de libertad que se le otorga al aerogenerador, generalmente cinco considerando el ángulo de paso.

O.L. Hansen presenta un modelo de desajuste de Yaw con cuatro grados de libertad [15], que considera el ángulo tilt, Yaw, Wind, y Cone, los cuales se ilustran en la Fig. 2.6, de manera que asignando un valor a éstos ángulos y a las distancias entre los distintos ejes coordenados queda perfectamente definida la posición de cualquier sección de la pala en un instante de tiempo.

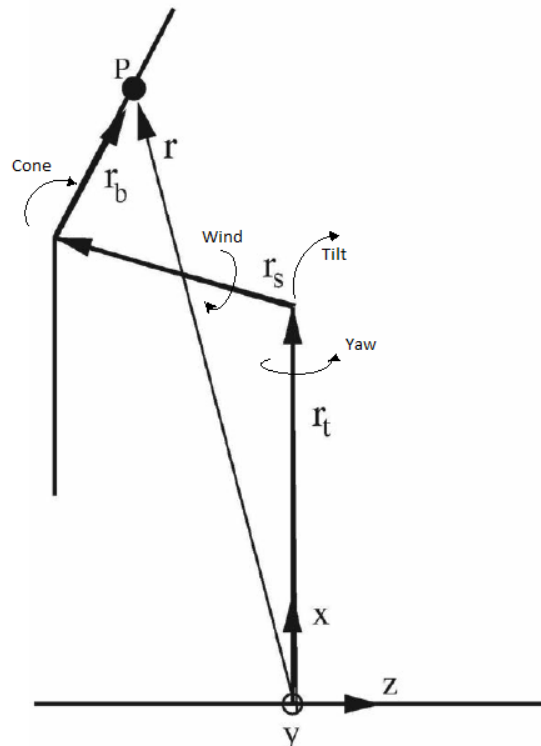


Fig. 2.6. grados de libertad para el cálculo de desajuste de Yaw propuesto por O.L. Hansen [15].

Si se permite que \mathbf{a}_{12} , \mathbf{a}_{23} y \mathbf{a}_{34} sean las matrices de rotación que permiten trans-

portar un vector del sistema coordenado numerado por el segundo subíndice al sistema coordenado denominado con el primer subíndice, entonces es posible transportar la velocidad del viento a el sistema coordenado 4, que se encuentra fijo con respecto al perfil empleando

$$V_o = \mathbf{a}_{34}\mathbf{a}_{23}\mathbf{a}_{12}U_o \quad (2.81)$$

en donde U_o es la velocidad del viento en el marco de referencia inercial y V_o es la velocidad del viento en el marco de referencia fijo en la pala.

En la modificación que se realiza al método de BEM, la velocidad relativa debe ser calculada empleando

$$\mathbf{V}_{rel} = \mathbf{V}_o + \mathbf{V}_{rot} + \mathbf{W} \quad (2.82)$$

que al desarrollar quedaría como

$$\begin{pmatrix} V_{rel,y} \\ V_{rel,z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_y \\ V_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\omega x \cos \Omega_{cone} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_y \\ W_z \end{pmatrix}. \quad (2.83)$$

Es claro que en la primer iteración del método de BEM ϕ se obtiene con la ecuación presente en el paso 3 del mismo, empleando valores iniciales determinados de a y a' , y en iteraciones posteriores es necesario calcular las velocidades inducidas ya continuación emplearlas para calcular ángulo de flujo, haciendo que

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{V_{rel,y}}{V_{rel,z}} \right) \quad (2.84)$$

luego ϕ sirve para determinar el ángulo de ataque α .

Para obtener las componentes axial W'_z y tangencial W'_y de la velocidad inducida es necesario conocer el vector de la velocidad inducida de la iteración anterior empleando

$$\mathbf{W}' = \begin{pmatrix} W'_y \\ W'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega r a' \\ -V_o a \end{pmatrix} \quad (2.85)$$

Sin embargo la velocidad inducida \mathbf{W}' no considera un efecto físico de gran relevancia, que es la deflexión que experimenta la estela del viento tras el aerogenerador. Esta deflexión que se ilustra en la Fig.2.7, en donde los resultados experimentales obtenidos por Bramwell en 1976 [15] indican que el componente normal al plano del rotor de la velocidad inducida \mathbf{W}_n aguas abajo duplica su magnitud con respecto a la misma componente en el plano del rotor y conserva su dirección, y es precisamente esta componente la única que tiene un efecto para la captación de energía.

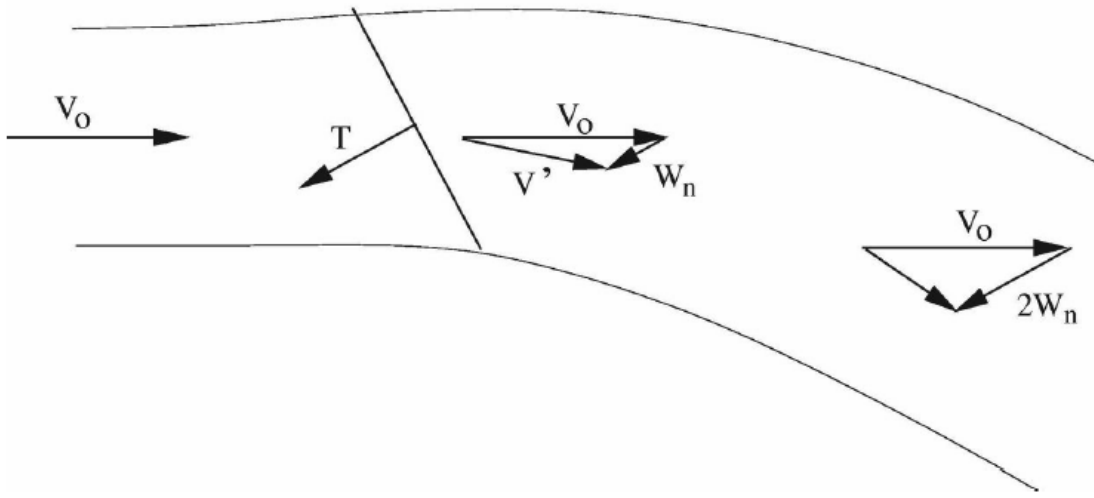


Fig. 2.7. Efecto de la deflexión de la estela por desajuste de Yaw descrito por Bramwell en 1976 [15].

Con el análisis anterior se deduce que \mathbf{W}_n en el plano del rotor puede ser calculado empleando la ecuación

$$\mathbf{W}_n = \frac{T}{2\rho A |V_o + \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{W}')|} \quad (2.86)$$

en donde T es el empuje del rotor sobre el viento obtenido con

$$T = 2\rho A U_o^2 a(1 - a) \quad (2.87)$$

. Los componentes axiales y tangenciales de la velocidad inducida pueden ser calculados empleando

$$W_n = \frac{-Bl \cos \phi}{4\pi \rho r F |\mathbf{U}_o + f_g \mathbf{W}_n|} \quad (2.88)$$

y

$$W_t = \frac{-Bl \operatorname{sen} \phi}{4\pi \rho r F |\mathbf{U}_o + f_g \mathbf{W}_n|} \quad (2.89)$$

respectivamente que serán empleados en la siguiente iteración, aquí f_g dado por

$$f_g = \begin{cases} 1 & \text{for } a \leq a_c \\ \frac{a_c}{a} \left(2 - \frac{a_c}{a}\right) & \text{for } a > a_c \end{cases} \quad (2.90)$$

es el factor de corrección de Glauert y l definido por

$$l = \frac{1}{2} \rho c C_L V_{rel}^2 \quad (2.91)$$

es la fuerza de sustentación por unidad de longitud producida por la sección de pala en cuestión.

2.8. Matrices de transformación homogénea y matriz jacobiana

La convención de Denavit - Hartenberg para robots manipuladores permite encontrar de manera mecanizada las matrices de transformación homogénea y la matriz Jacobiana de una máquina con dos o más grados de libertad como lo es un aerogenerador.

Esta convención se puede resumir en 8 pasos para la obtención de las matrices de transformación homogénea [17].

1. El eje z_i se debe alinear con el eje de acción del efector $i+1$
2. El eje x_i se define como la normal común del eje z_i y z_{i-a}
3. Los ejes y y z son determinado por la regla de mano derecha de forma que $y = x \times z$.
4. Se genera un vector \mathbf{a} en donde a_i es igual a la distancia entre z_i y z_{i-1} sobre el eje x_i

5. Se genera el vector $\boldsymbol{\alpha}$ asignando α_i al ángulo que hay que rotar al eje z_{i-1} para que sea paralelo al z_i , girando sobre x_i .
6. Se construye el vector \boldsymbol{d} , asignando a d_i la distancia entre los ejes x_{i-1} y x_i a lo largo de el eje z_i
7. Se genera el vector $\boldsymbol{\theta}$ asignando a θ_i el ángulo que hay que rotar al eje "x" del S.C. $i - 1$ para que sea paralelo al eje "x" del S.C. i , cuando se gira en torno al eje z_i .
8. Se genera una tabla uniendo los vectores \boldsymbol{a} , \boldsymbol{d} , $\boldsymbol{\alpha}$, y $\boldsymbol{\theta}$ cómo se muestra a continuación. Notese que al menos una elemento de cada fila será una variable y corresponde al grado de libertad que se le asigna a la articulación en cuestión.

Tabla. 3. Parámetros para obtención de matrices homogéneas.

	a	α	d	θ
Unión 1	a_1	α_1	d_1	θ_1
Unión 2	a_2	α_2	d_2	θ_2
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
Unión n	a_n	α_n	d_n	θ_n

9. Se construyen las matrices de transformación homogénea empleando la matriz base que se presenta a continuación y sustituyendo una a una las filas de la tabla del punto anterior, de manera que se generarán n matrices de transformación que permiten trasladar cualquier vector del S.C. i a el S.C. $i - 1$ [16].

$$A_{i-1 i} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i \sin\theta_i & \alpha_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cos\theta_i & \alpha_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para transportar cualquier vector desde el último sistema coordenado a el sistema inercial se emplea

$$\mathbf{r}_{s.c.0} = \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{23}\mathbf{A}_{34}\mathbf{A}_{n-1n}\mathbf{r}_n \quad (2.92)$$

y el procedimiento inverso se realiza de manera que

$$\mathbf{r}_n = \mathbf{A}_{n-1n}^T\mathbf{A}_{34}^T\mathbf{A}_{23}^T\mathbf{A}_{12}^T\mathbf{r}_{s.c.0} \cdot \quad (2.93)$$

Nótese que la matriz diagonal superior de las matrices de transformación homogéneas son las matrices de rotación; El vector conformado por los elementos $[a_{13}, a_{23}, a_{33}]$ es el vector unitario del eje sobre el que actúa la articulación $i + 1$ en relación con el sistema coordenado i ; además de esta información los primeros tres elementos de la última columna de la matriz homogénea corresponde al vector que señala la posición del sistema coordenado i con referencia al S.C. $i - 1$.

La matriz Jacobiana de un mecanismo permite transportar los vectores de velocidad lineal y angular de cualquier sistema coordenado a el S.C. inercial, para obtenerla es necesario extraer de las matrices homogéneas el vector unitario Z_i del eje sobre el que actúa cada articulación con respecto el sistema inercial. Esto implica obtener las matrices homogéneas desde cada uno de los sistemas coordenados a el sistema coordenado inercial, en otras palabras $A_{13} = A_{12} \times A_{23}$, y $A_{14} = A_{13} \times A_{34}$, y así en lo sucesivo.

Sean O_n la posición del origen del sistema coordenado n con respecto al S.C. inercial y o_{i-1} el origen del S.C. $i - 1$ con respecto al S.C. inercial, entonces la columna i de la matriz jacobiana se obtendrá empleando

$$J_i = \begin{bmatrix} Z_{i-1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.94)$$

para las articulaciones prismáticas y

$$J_i = \begin{bmatrix} Z_{i-1} \times (o_n - o_{i-1}) \\ Z_{i-1} \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

para las articulaciones rotativas [16].

El producto de la matriz Jacobiana por el vector de velocidades generalizadas de cada efector dado por

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad (2.96)$$

produce el vector \boldsymbol{v}_0 es decir

$$\boldsymbol{v}_0 = \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{\theta} \quad (2.97)$$

el cual contiene las velocidades lineales \mathbf{V} y angulares Φ del efector final, lo que matemáticamente se escribe como

$$\boldsymbol{v}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \Phi \end{bmatrix}. \quad (2.98)$$

Capítulo 3

Modelado de la aerodinámica del rotor

En este capítulo se presentan los resultados de varios procesos, el primero consistió en el dibujo de las palas en un software CAD, respetando su espesor de paredes y material de donde es posible conocer su tensor de inercia. A continuación la geometría de la pala se analizó con XFOIL, la técnica de Montgomerie y la técnica BEM, lo que permitió conocer el torque, potencia y coeficiente de potencia de las palas ante distintas velocidades angulares de rotación y velocidades del viento.

En seguida se presenta los resultados del proceso con el que se obtuvo, entre otra información, la curva de máxima extracción de potencia del rotor, la cuál se considerará igual en magnitud que la curva de torque contra velocidad angular ofrecida por el generador, como se planteó en el Capítulo 1.

3.1. Análisis de las palas

Se codificó la técnica de BEM con las correcciones de Glauert y Prandtl, también se realizó un código con el método de la extrapolación de Montgomerie que corre a Xfoil y produce curvas polares de 0 a 360 grados de ángulos de ataque y ante números de Reynold desde los 20 mil hasta los 600 mil, con un ancho de intervalo de 20 mil. Finalmente se realizó un código que emplea al código de BEM para realizar la evaluación de las fuerza aerodinámicas ante distintas velocidades de viento y angulares con objeto

de generar gráficas y calcular propiedades de interés.

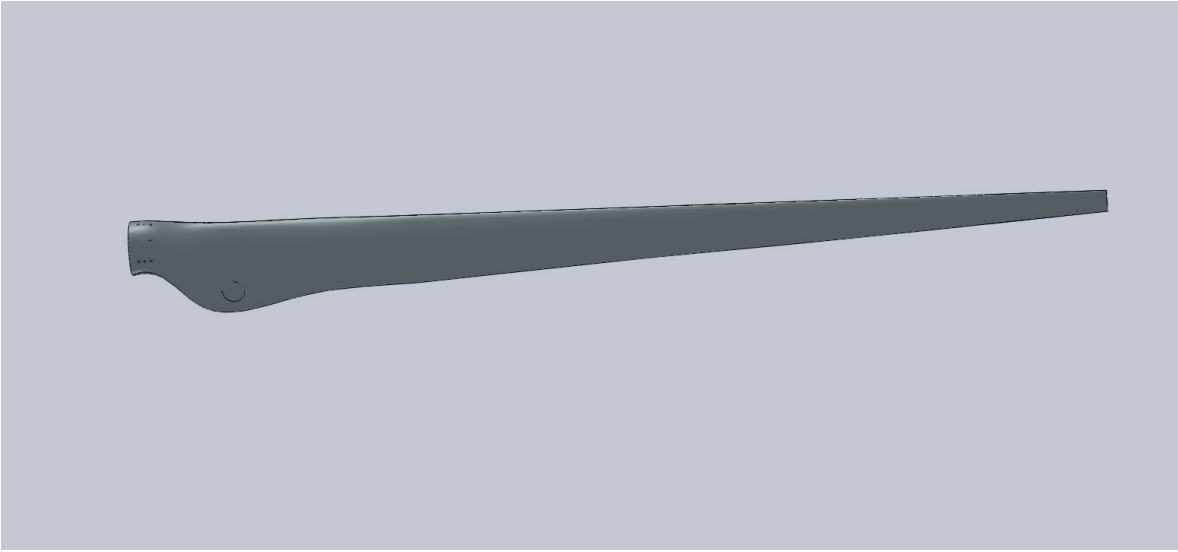


Fig. 3.1. Representación tridimensional de la pala en estudio.

Se empleó el programa codificado de BEM para obtener las propiedades aerodinámicas de un rotor a barlovento compuestos por 3 de las palas en estudio. Se enfatizó la búsqueda de la potencia ofrecida por las palas en condiciones estacionarias de flujo ante valores de velocidad de viento que varían entre los 5 y los 18 m/s , y con velocidades angulares que abarcan desde los 5 y los 25 rad/s . Velocidades menores a las utilizadas producen errores en el método de BEM, principalmente debido a que el método de paneles no describe bien la aerodinámica en número de Reynolds bajos; en velocidades mayores la potencia proveída por las palas es mayor a los 20 kW y corresponde a una región que no es útil a la presente investigación. Los resultados se presentan en la Fig. 3.2.

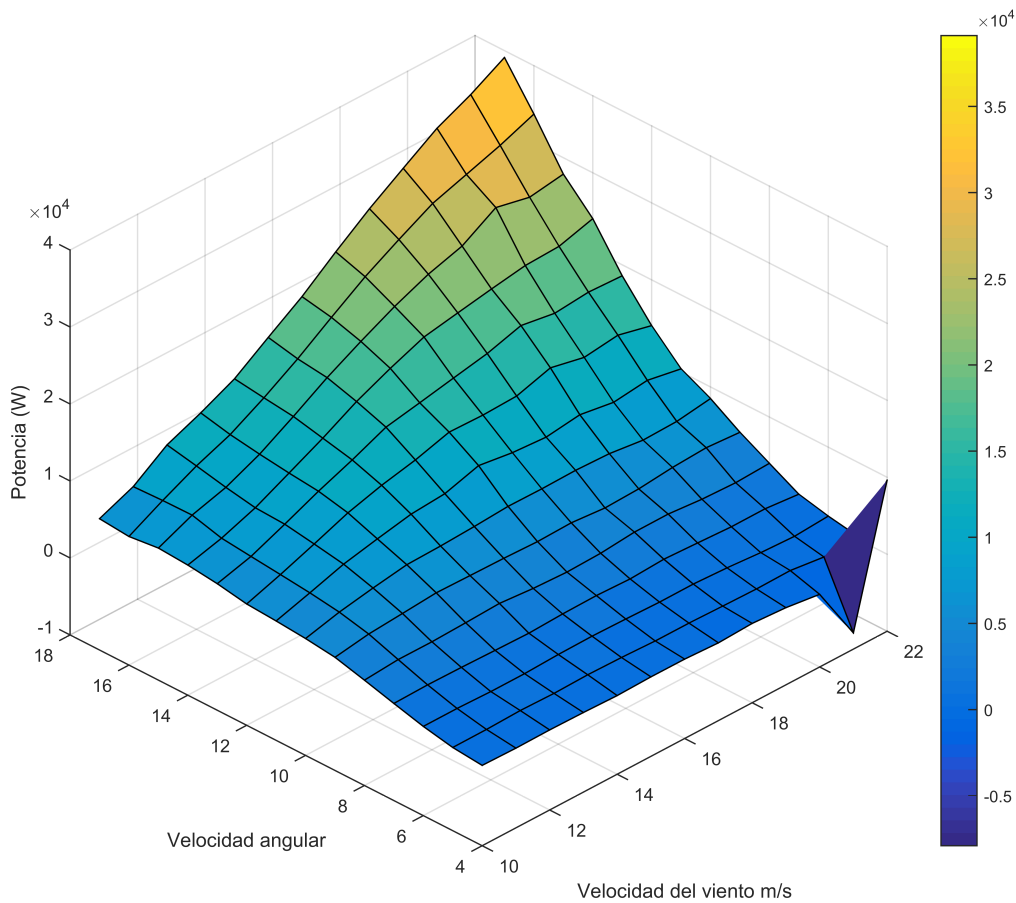


Fig. 3.2. Potencia producida por las palas en estudio ante variación de viento y velocidad angular del rotor.

Partiendo del hecho que mediante un adecuado control la curva de potencia de un generador eléctrico puede ser alterada, se propuso trabajar con una curva de potencia ideal de un generador. Tal curva corresponde a un generador que permite al rotor extraer la máxima potencia del viento, y su curva es precisamente en la que el torque de salida del rotor corresponde a los coeficientes de potencias máximos [27].

Para obtener la curva de máxima extracción de potencia, se obtuvieron las curvas de coeficiente de potencia de las palas contra velocidad angular del rotor, ante distintas velocidades de viento, las cuales se presentan en la Fig. 3.3. Empleando las curvas del

coeficiente de potencia se extrajo el valor de velocidad angular del rotor para el que el coeficiente de potencia es máximo ante cada velocidad de viento dada; estos valores aparecen como círculos en la Fig. 3.3.

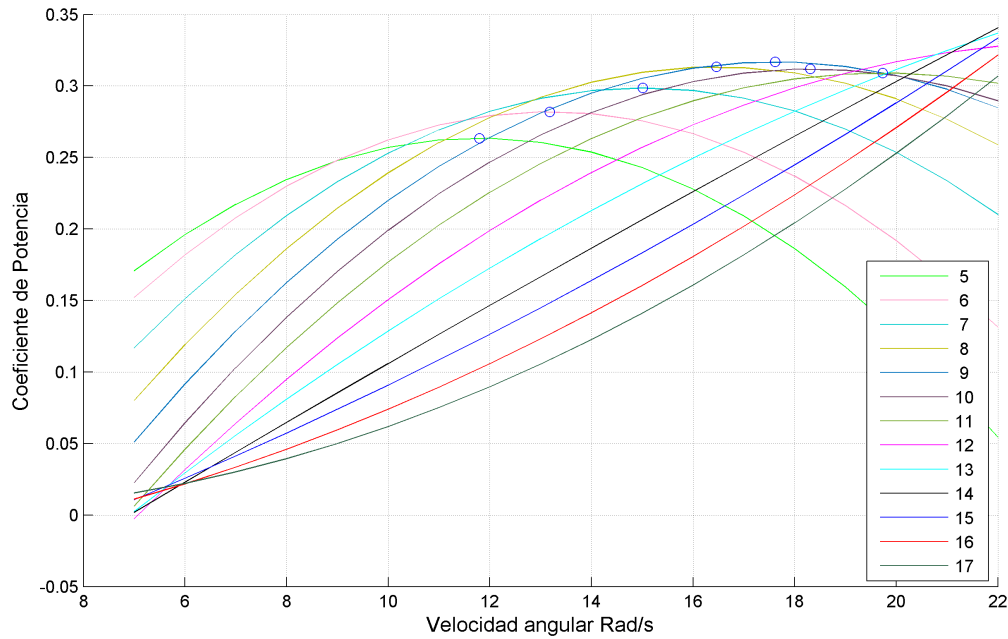


Fig. 3.3. Coeficiente de potencia proveído por el rotor seleccionado ante distintas velocidades de viento y velocidades angulares del rotor.

A continuación se generaron las curvas de torque mecánico contra velocidad angular de rotor y velocidad de viento, y se emplearon los valores obtenidos con el proceso anterior para determinar los valores de torque del rotor para cada velocidad angular con los cuales el coeficiente de potencia es máximo, y se aprecian cómo círculos en la Fig. 3.4.

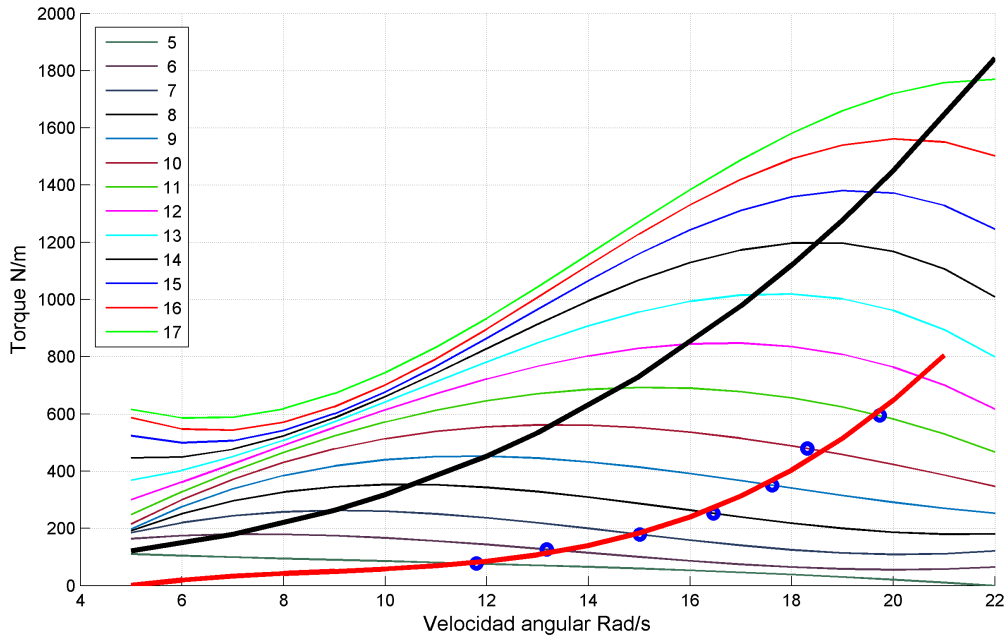


Fig. 3.4. Torque mecánico contra velocidad angular del rotor y velocidad del viento.

Es claro que los puntos de la curva torque contra velocidad angular donde el coeficiente de potencia es máximo no coincide con los puntos de torque máximo que se aprecian en forma de una línea negra de mayor espesor. Esto es conveniente puesto que mientras el generador se mantenga en la región a la derecha de la línea de máximo torque las pendientes son negativas, y cuando en las ráfagas de viento, el aerogenerador disminuirá su torque mientras incrementa su velocidad angular, lo que actúa como freno y disminuye el riesgo de una operación sin control.

Finalmente la curva roja de la Fig. 3.4 indica la curva de torque contra velocidad angular del generador eléctrico ideal, lo que no necesariamente condiciona la selección del generador pero es determinante para el correcto diseño del control del generador.

3.2. Obtención de curvas polares

Para la obtención de las curvas polares se utilizó inicialmente el método de Montgomerie [20]. Después de comparar las curvas producidas por el método en la región comprendida entre los 0 y los 20° de ángulo de ataque que se aprecian en la Fig. 3.5, se concluyó que existía un error de hasta 0.6 en el coeficiente de sustentación, que es una pérdida de precisión inaceptable, probablemente debido a una incompatibilidad entre la curva esperada para la aplicación de la técnica de Montgomerie en particular para la familia de perfiles DU.

La implementación del método se realizó primero empleando Qblade, y luego empleando un código de MATLAB propio, y en ambas simulaciones Montgomerie falla al describir la región de los ángulos de ataque pequeños.

Después de un análisis detallado de los errores se infirió qué, el comportamiento de un perfil de la familia DU no puede ser muy distinto al comportamiento de una placa plana en la región del ángulo de ataque cercano a los 90 grados, y que la extrapolación de Montgomerie podría ser útil en ángulos mayores a 45 grados, pero en la región de ángulos pequeños era más conveniente emplear los resultados directos de XFOIL, e interpolar directamente el comportamiento en la región entre los 20 y los 45 grados respetando la pendiente de la curva entre los 15 y los 20 grados.

Las proposiciones llevaron a realizar modificaciones a las ecuaciones propuestas por [20], con la intención de lograr un mejor ajuste lo que generó un método propio. Tales modificaciones se describen a detalle a continuación.

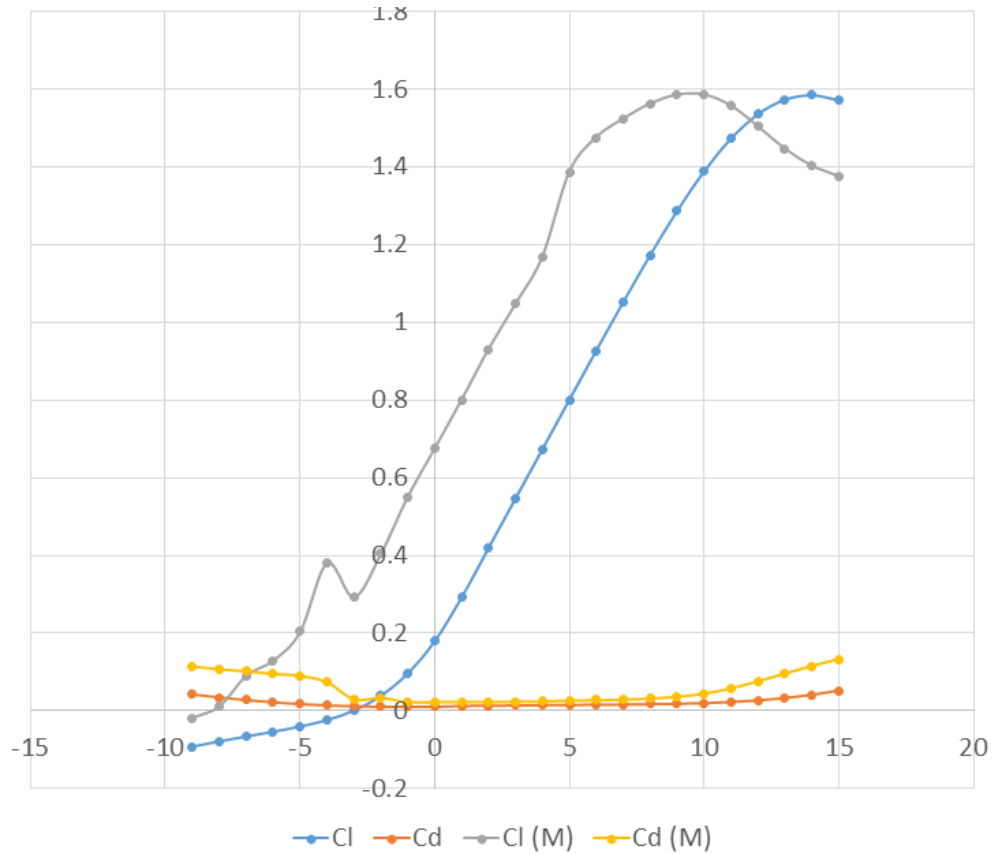


Fig. 3.5. Comparación entre los datos obtenidos por Xfoil y los datos producidos por la extrapolación de Montgomerie.

Se realiza un paso previo al método de Montgomerie en el que se realiza un ajuste por mínimos cuadrados de décimo orden, y se emplean como datos de entrada a los datos obtenidos por el ajuste en vez de usar los datos de Xfoil en bruto con la finalidad de contar con los datos faltantes que XFOIL no es capaz de proveer debido a problemas de convergencia.

Por otro lado Montgomerie espera que en la región en la que XFOIL opera exista una región lineal y punto máximo, pero esto no es correcto para algunos números de Reynolds y con los perfiles DU, por lo tanto, si la pendiente al final del intervalo es positiva, significa que el máximo se encuentra fuera del intervalo y es necesario realizar una aproximación del punto máximo en función de la curvatura de los últimos tres

puntos presentes y realizando una extrapolación de segundo orden.

En caso de que la pendiente sea negativa cuando alfa es cero, no se empleará esta, sino que se empleará el promedio entre las pendientes positivas más próximas tanto del cuadrante uno como del cuadrante dos. Adicionalmente la línea recta que cruza los puntos $(0, C_L(0))$ y $(\alpha_p, C_L(\alpha_p))$ debe tener una pendiente menor que la pendiente de la zona lineal, lo cual no ocurre con los perfiles DU para algunos números de Reynold. Por ello se propuso emplear un procedimiento que identifique una pendiente mayor en un factor tan pequeño como el paso del proceso iterativo, hasta que encuentre una pendiente ligeramente mayor que la línea descrita por los puntos arribas mencionados.

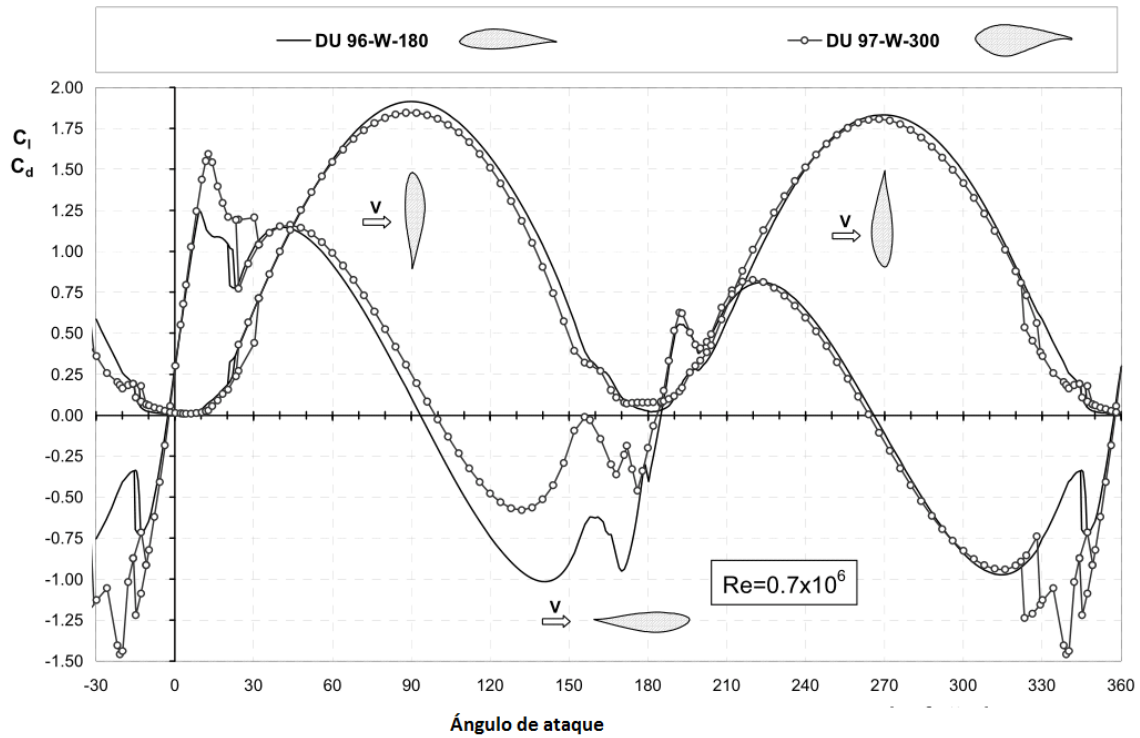
Una vez determinada la curva polar de C_L contra α se debe de identificar un segundo punto máximo que de acuerdo con las observaciones realizada se encuentra entre los 30° y los 60° . Este punto aparece en la extrapolación de Montgomerie sin modificaciones, pero que al modificar las curvas en le región de ángulos de ataque pequeño, debe ser tomado en cuenta. Se procuró encontrar una curva suave que una el primer y el segundo máximo tal que respete las pendientes circundantes a estos puntos.

Para lograrlo se utilizó un procedimiento iterativo. Primero localizar el segundo máximo, luego se encuentra el punto medio entre $(20^\circ, C_L(20^\circ))$ y el segundo máximo. Finalmente, se realiza un ajuste de mínimos cuadrados junto con el punto $(20^\circ, C_L(20^\circ))$, los dos puntos anteriores, el segundo máximo y sus dos puntos posteriores. Una curva suave aparece cuando se realiza una aproximación de 10mo orden.

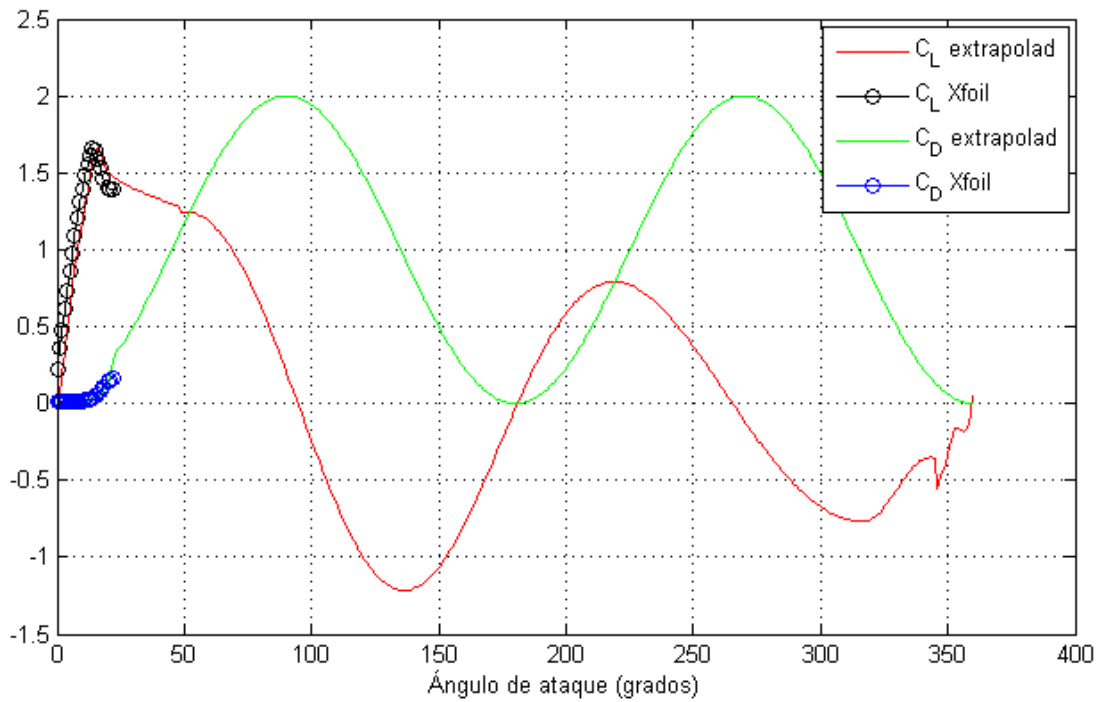
La curva polar final se obtiene uniendo 3 curvas; estas son los resultados del ajuste de mínimos cuadrados realizado con los datos brutos de XFOIL para el intervalo definido entre 0 y 20° , los datos obtenidos por el ajuste de mínimos cuadrados definido en el párrafo anterior deben cubrir el intervalo definido entre los 21° y el segundo máximo. Finalmente los datos obtenidos por la extrapolación de Montgomerie son empleados para el intervalo restante.

Para validar las modificaciones que se realizaron al método de Montgomerie se ob-

tuvieron datos experimentales [21], especialmente, de los perfiles que constituyen la pala en estudio, en los que se observe el comportamiento del coeficiente de sustentación cuando el perfil se posiciona ángulos de ataque mayores a 20° , ver Fig. 3.6a, y se realizó una comparación con los valores obtenidos con el método descrito en esta sección el cual se aprecia en la Fig 3.6b.



(a) Datos teóricos



(b) Datos experimentales

Fig. 3.6. Curvas polares de un perfil DU97W300 con un número de Reynolds de 7×10^6 [21].

Se puede apreciar que el comportamiento es similar, con la excepción que el segundo máximo tiene un valor de C_L de 1.1 para los datos experimentales y 0.95 para los datos teóricos, y este dato tiene la precisión idéntica al método de Montgomerie original. En el primer máximo el valor de C_L coincide entre los datos experimentales y teóricos con un valor aproximado de 0.6. El valor de C_L para α igual a cero es 0.3 para los datos experimentales y 0.15 para los datos teóricos con una precisión idéntica a la ofrecida por los datos de XFOIL. Podemos deducir que al emplear estos datos se producirá un error, de ± 0.15 unidades del coeficiente de sustentación menor que el error de ± 0.35 que se encontró al emplear el método de Montgomerie sin modificar.

Es también visible una diferencia de la curva teórica y experimental en la región comprendida entre los 150 y los 210 grados. Sin embargo, durante las simulaciones solo se empleará la región comprendida entre los -5 y los 80 grados, donde la precisión es aceptable. De cualquier manera el ángulo de ataque es monitoreado durante las simulaciones para conocer los valores que ocupa.

En cuanto al coeficiente de arrastre es visible que se sobrestimó el valor máximo que toma el coeficiente de arrastre. y que al corregir este valor la precisión cae a ± 0.05 unidades de coeficiente de arrastre. Sin embargo no existen motivos previos a los datos experimentales con otros números de Reynold que nos indiquen que el valor de arrastre para una familia de perfiles comparten valores similares en regímenes de flujo distintos. Se sugiere utilizar el valor experimental de al menos un perfil de la familia.

3.2.1. Desajuste de guiñada

Relacionando el modelo dinámico del rotor con la teoría de desajuste de Yaw propuesto por Hansen [13], es claro que la modelación dinámica es distinta. Se desarrollaron las matrices de rotación tal y como es propuesto por Hansen, con el fin de obtener correctamente las fuerzas sobre las palas dado el desajuste de guiñada o Yaw Ψ , no obstante que estas matrices son diferentes que las desarrolladas en el capítulo siguiente.

Dado que nuestro modelo de dos grados de libertad considera que los ángulos de Tilt y Cone toman siempre valores de cero grados, mientras que los ángulos de Wing y Yaw ψ son ángulos variables. Por lo anterior se obtuvieron las matrices \mathbf{a}_{12} y \mathbf{a}_{23} haciendo uso de las ecuaciones

$$\mathbf{a}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_\psi & S_\psi \\ 0 & -S_\psi & C_\psi \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

y

$$\mathbf{a}_{23} = \begin{pmatrix} C_{Wing} & S_{Wing} & 0 \\ -S_{Wing} & C_{Wing} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Analizando la Fig. 3.7 y realizando cálculos previos se concluyó que los ángulos se consideran cero cuando el aerogenerador se encuentra en la posición exacta de la figura, y son positivos cuando giran en sentido antihorario sobre su eje de giro de acuerdo con la regla de la mano derecha.

Tomando en cuenta que el sistema coordenado inercial o sistema coordenado I es el que está definido por la triada x_1 , y_1 y z_1 , es en este donde se desarrolla la velocidad de viento inicial, la cual por simplicidad no carecerá de componente en x_1 , de manera que puede quedar completamente definida con sus componentes y y z , y la velocidad aguas arriba desde un sistema coordenado montado sobre el perfil aerodinámico se calculó empleando

$$\mathbf{V}_o = \mathbf{a}_{23}\mathbf{a}_{12} \begin{pmatrix} 0 \\ U_{o,y} \\ U_{o,z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{o,y}S_{Wing}C_\psi + U_{o,z}S_{Wing}S_\psi \\ U_{o,y}C_{Wing}C_\psi + U_{o,z}C_{Wing}S_\psi \\ -U_{o,y}S_\psi + U_{o,z}C_\psi \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

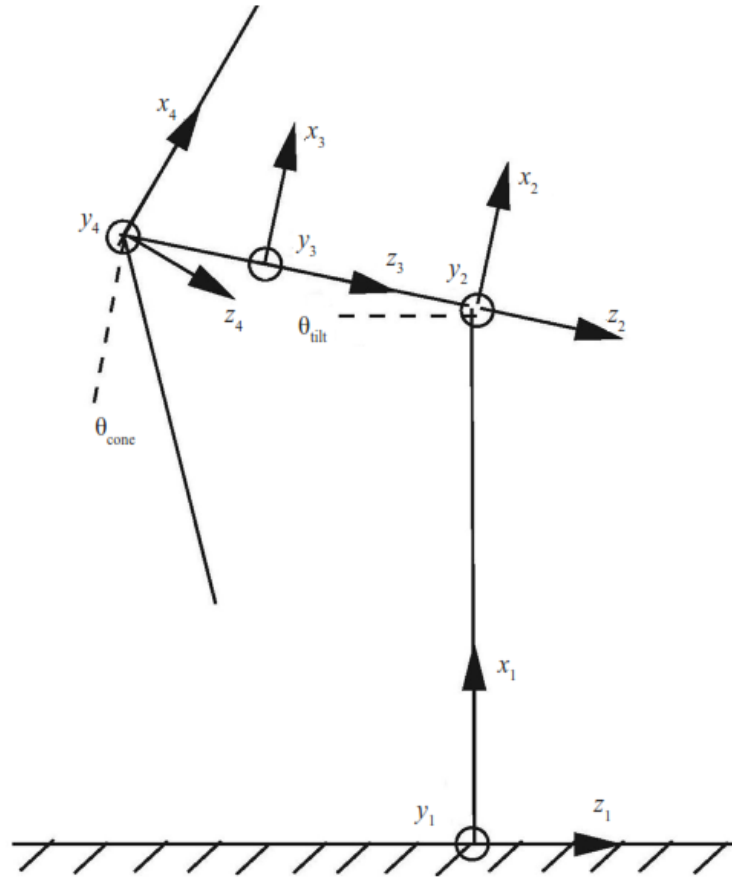


Fig. 3.7. Sistemas coordenados propuestos por Hansen [13] para obtener las ecuaciones de desajuste de Yaw.

Para la introducción de las ecuaciones se empleó el ángulo ζ , el cuál se define como el ángulo entre el vector de la dirección del viento y el eje z_1 , respetando la regla tratada en el párrafo anterior. Nótese que mientras el ángulo es positivo en su primer cuadrante la proyección de U_o en el eje y_1 es negativo por lo que el vector de velocidades de viento aguas arriba en el sistema coordenado inercial queda definido por

$$\mathbf{U}_o = \begin{pmatrix} 0 \\ U_{o,y} \\ U_{o,z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -U_o S_\zeta \\ U_o C_\zeta \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Para el cálculo de la generación de fuerza se encontró una problemática que afecta el resultado de la presente investigación, y es que el momento de cabeceo sobre cada

pala es distinto sólo cuando el desajuste de Yaw Ψ es distinto de cero y varía con cada posición del ángulo de Wing, por lo anterior, y debido a que el modelo dinámico implica que todas las aspas sigan la misma dinámica es necesario hacer un ajuste al modelo.

Se supondrá que el momento de cabeceo es el mismo para cada pala, y es igual al promedio del momento de cabeceo sobre las tres palas. Se desconoce los efectos de esta suposición, y se espera poder analizarlos en un trabajo de investigación posterior en el que se emplee un mayor número de grados de libertad.

Adicionalmente se encontró que la convergencia del factor de inducción axial y tangencial se ve afectada por el ángulo de desajuste de Yaw Ψ el cual se define por

$$\Psi = \psi - \zeta , \quad (3.5)$$

este problema de convergencia provoca que el valor de las fuerzas del viento sobre las palas sea incorrecto. El problema se detectó cuando se analizó los valores tomados por a y ap , que oscilaban sin converger cuando ζ y ψ son cercanos a cero.

Para evitar el problema de convergencia se utilizaron valores de ζ y ψ cercanos a 180° para producir un desajuste de Yaw de cero grados, en donde la convergencia ocurre de manera correcta, aunque aún no se comprende correctamente porqué el cálculo converge mejor en éstos valores, los resultados fueron satisfactorios.

Capítulo 4

Ecuaciones de la dinámica del rotor eólico

Este modelo permite proveer la evolución dinámica del aerogenerador basándonos en las leyes de la mecánica analítica. Debido a que el rotor en estudio es de pequeña potencia, se permitió despreciar algunos fenómenos, entre estos las vibraciones mecánicas. De lo anterior obtenemos que el rotor se comporta como un conjunto de 4 sólidos rígidos, esto es las 3 palas y el sistema buje-eje, donde la inercia del eje incluye la inercia del rotor del generador.

Debido a que el área de captación es suficientemente pequeña la variación entre la velocidad de viento percibida por el aerogenerador en la extensión del plano del rotor puede aproximarse como constante, y bajo este argumento, podemos considerar además que las palas se moverán con la misma dinámica, reduciendo así el número de grados de libertad.

La teoría del desajuste de Yaw, nos permite determinar las fuerzas aerodinámicas cuando el viento no fluye perpendicular al plano del rotor [13]. Empleando esta teoría y dado que despreciamos las vibraciones, podemos aproximar movimiento de Yaw como un movimiento del viento y no del aerogenerador, transfiriendo al viento este grado de libertad y reduciendo el sistema mecánico de la maquina a 2 grados.

Para obtener las ecuaciones de movimiento que describen la dinámica de este sistema

se optó por emplear mecánica de Lagrange [26]. Esta teoría requiere conocer la energía cinética y potencial del sistema.

Si consideramos que no existe movimiento en Yaw por parte del aerogenerador, entonces los sistemas coordenados se pueden asignar de forma que la energía cinética no dependa de la traslación sino solo de la rotación, lo que simplifica los cálculos.

4.1. Obtención de la cinemática directa

Se emplearon tres sistemas coordenados para calcular la energía cinética del rotor, el primero de ellos está fijo con relación al suelo y lo denominamos como S.C.0, debido a que el movimiento de Yaw no se le atribuye al rotor, el buje del rotor se encontraría siempre fijo con respecto al suelo, por lo tanto su origen se colocó en el buje. Por lo anterior S.C.0 es un marco de referencia inercial.

El segundo sistema coordenado se encuentra fijo con respecto al rotor, y será denominado S.C.1. Debido a que por conveniencia su origen se colocó también en el buje del aerogenerador. El tercer S.C. fue colocado fijo con respecto a una de las palas, y dado que la variación entre la distancia de cualquier punto de la pala y cualquier punto del buje es aproximadamente constante, su origen fue también posicionado en el buje, de manera que S.C.0, S.C.1 y S.C.2 comparten el mismo origen. Por cuestiones de claridad en la Fig. 4.1 los orígenes de S.C.0 y S.C.2 son desplazados a fin de permitir observar con que cuerpo está ligado.

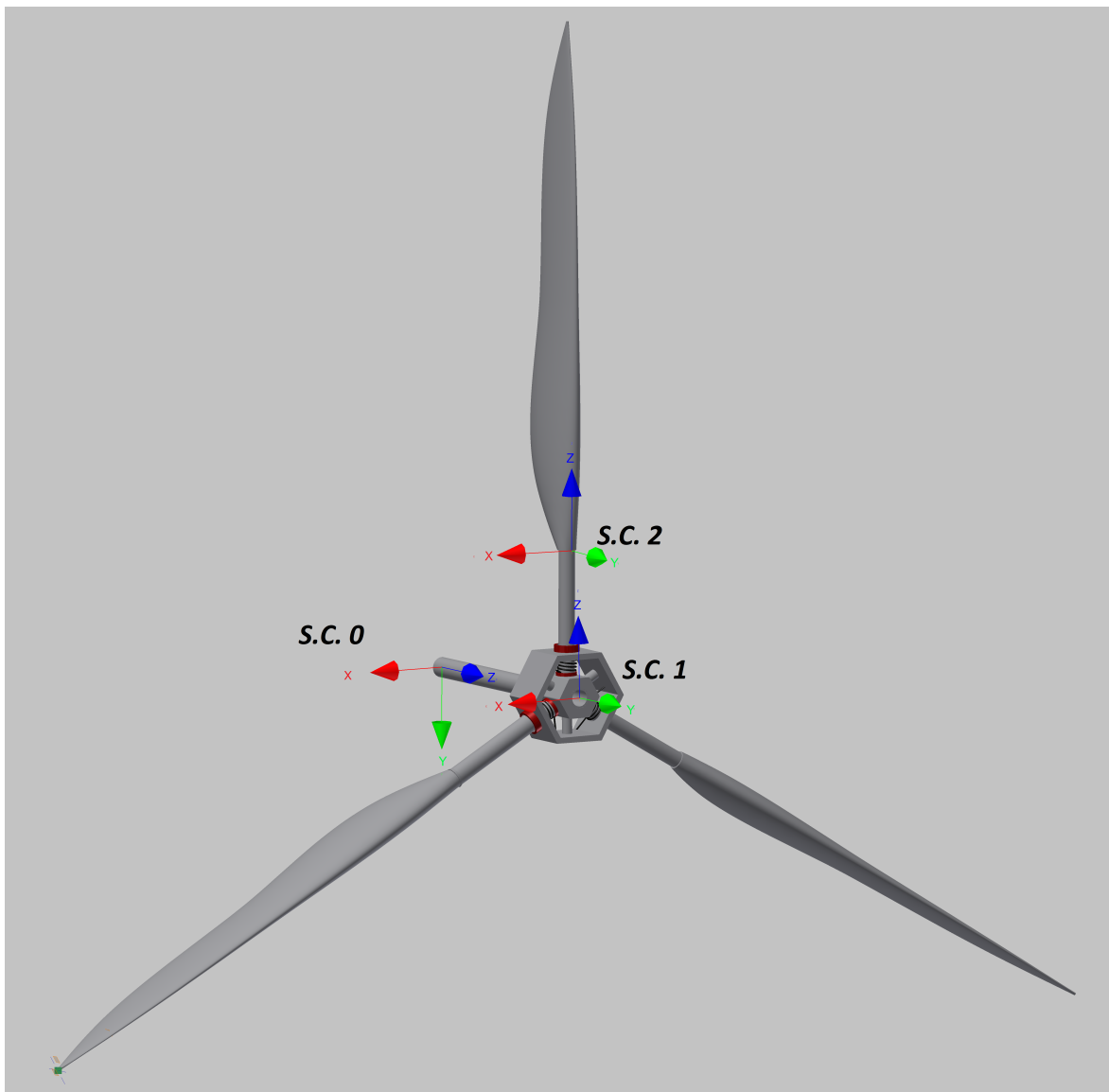
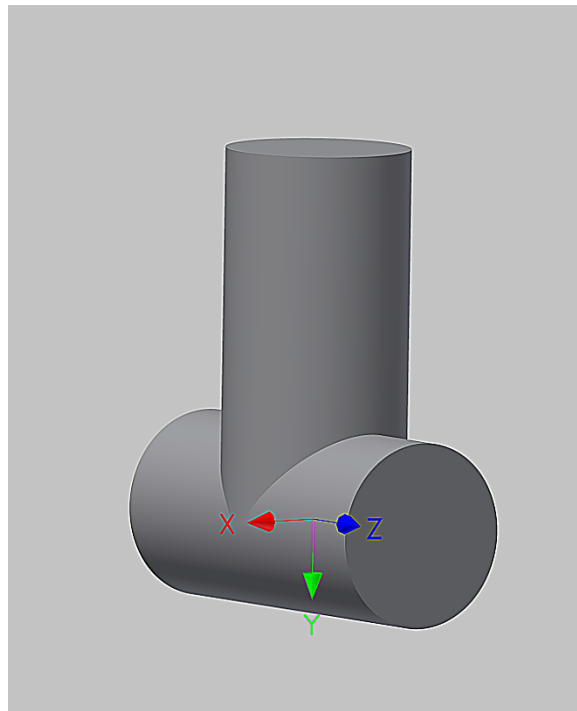
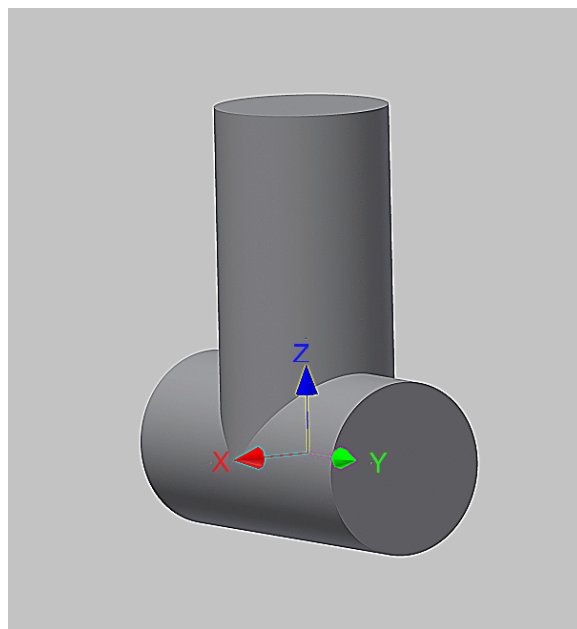


Fig. 4.1. Relación entre los sistemas coordenados que se emplean y las partes del aerogenerador con respecto al cual se encuentran fijas.

La orientación de los ejes fue definida de acuerdo con la convención de Denavit Hartenberg [16] [17] para robots manipuladores, como se aprecia en la Fig. 4.2 debido a que este enfoque permite un análisis menos complejo del aerogenerador.



(a) S.C.0



(b) S.C.1.

Fig. 4.2. Sistemas coordenados con su orientación y posición real

Para determinar la energía cinética del sistema se optó por calcular de manera separada la energía cinética de cada pala y la energía cinética del buje. Se determinaron

las matrices de transformación homogénea $\mathbf{A}_{0\ 1}$, $\mathbf{A}_{1\ 2}$ y $\mathbf{A}_{0\ 2}$, que permiten transportar cualquier vector del S.C.1 al S.C.0; del S.C.2 al S.C.1; y del S.C.2 al S.C.0 respectivamente. La utilidad de estas matrices radica principalmente en que permiten determinar la matriz Jacobiana del sistema, la cual a su vez llevó a la obtención de la velocidad angular de la pala y esta última a la energía cinética.

Nótese que para simplificar la notación $sen(\theta_1)$, $sen(\theta_2)$, $cos(\theta_1)$ y $cos(\theta_2)$ fueron reemplazados por S_1 , S_2 , C_1 y C_2 respectivamente.

El proceso implica utilizar los sistemas coordenados para llenar la tabla de parámetros siguiente

Tabla. 4. Parámetros para obtención de matrices homogéneas.

	a	α	d	θ
Unión 1	0	90°	0	θ_1^*
Unión 2	0	0	0	θ_2^*

la cual a la vez permite construir las matrices de transformación homogénea aplicando las reglas resumidas en

$$\mathbf{A}_{i-1\ i} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\cos\alpha\sin\theta & \sin\alpha\sin\theta & a\cos\theta \\ \sin\theta & \cos\alpha\cos\theta & -\sin\alpha\cos\theta & a\sin\theta \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

De lo anterior las matrices de transformación homogénea quedan expresadas en las ecuaciones

$$\mathbf{A}_{01} = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{pmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

y

$$\mathbf{A}_{02} = \begin{pmatrix} C_1 C_2 & -C_1 S_2 & S_1 & 0 \\ S_1 C_2 & -S_1 S_2 & -C_1 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

De acuerdo con las Eq. 4.5 cada columna de la matriz jacobiana puede ser construida utilizando los vectores \mathbf{Z}_i , y los vectores con las coordenadas de los orígenes de los sistemas coordenados, que en este caso son matrices nulas de 3×1 . Por su parte el vector \mathbf{Z}_i puede ser calculado empleando la Eq.4.6, en donde \mathbf{R}_{i-1}^0 es la matriz de rotación que va de el sistema coordenado i al 0, que no es otra cosa que la matriz de 3×3 superior izquierda de \mathbf{A}_{0i} . Por otro lado n es el número de sistemas coordenados.

Finalmente, se presenta el Jacobiano en la Eq. 4.7. Dado que la matriz 3×2 que compone la parte superior de Jacobiano es nula, y para simplificar los cálculos usaremos la matriz de 3×2 inferior, la cual denominaremos por $\tilde{\mathbf{J}}$, y que permite obtener el vector de la velocidad angular de la pala en el S.C.0 dadas las tasas de cambio sobre tiempo de las magnitudes de las coordenadas generalizadas empleadas, es decir $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{i-1} \times (o_n - o_{i-1}) \\ \mathbf{Z}_{i-1} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.5)$$

$$\mathbf{Z}_{i-1} = \mathbf{R}_{i-1}^0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.6)$$

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & S_1 \\ 0 & -C_1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

$$\tilde{\mathbf{J}} = \begin{pmatrix} 0 & S_1 \\ 0 & -C_1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Por lo tanto el vector de las que contiene la velocidad angular corresponde al producto de las últimas tres filas del Jacobiano con las velocidades angulares de las dos uniones, como se aprecia a continuación

$$\Phi = \tilde{\mathbf{J}} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & S_1 \\ 0 & -C_1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1 \dot{\theta}_2 \\ -C_1 \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

Dado que se ha determinado la velocidad angular de la pala en el marco inercial, es también necesario transportar el tensor de inercia \mathbf{I}_2 desde el S.C.2 a el S.C.0, el subíndice de \mathbf{I} indicará el sistema coordinado al que pertenece. Se emplea la relación expresada en

$$\mathbf{I} = \mathbf{R}_2^0 \mathbf{I}_2 (\mathbf{R}_2^0)^T \quad (4.10)$$

donde \mathbf{R} corresponde a la matriz de rotación de la pala al marco inercial que no es más que la matriz 3×3 de la esquina superior izquierda de la matriz homogénea A_{12} .

Para calcular la energía cinética T de un cuerpo rígido que sólo realiza movimientos rotacionales se debe de aplicar la ecuación

$$T_{pala} = \frac{1}{2} \Phi^T \mathbf{I}_0 \Phi = \frac{1}{2} \Phi^T [R_2^0 \mathbf{I}_2 (R_2^0)^T] \Phi = \frac{1}{2} [\Phi^T R_2^0] \mathbf{I}_2 [(R_2^0)^T \Phi] \quad (4.11)$$

en donde \mathbf{I}_0 es el tensor de inercia de la pala en el marco inercial e \mathbf{I}_2 es el tensor de inercia en el S.C.2.

Resolviendo Eq. 4.11 y tomando en cuenta que $I_{zy} = I_{yz}$, $I_{xy} = I_{yx}$, y que $I_{zx} = I_{xz}$, entonces la energía cinética T se puede expresar en Eq. 4.19, que corresponde a la energía cinética de una pala. El procedimiento para llegar de Eq. 4.11 a Eq. 4.19 se escribe a continuación.

$$\Phi^T \mathbf{R}_2^0 = \begin{pmatrix} S_1 \dot{\theta}_2 & -C_1 \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 C_2 & -C_1 S_2 & S_1 \\ S_1 C_2 & -S_1 S_2 & -C_{\theta,1} \\ S_2 & C_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

$$\Phi^T \mathbf{R}_2^0 = \begin{pmatrix} S_1 C_1 C_2 \dot{\theta}_2 - C_1 C_2 S_1 \dot{\theta}_2 + S_2 \dot{\theta}_1 \\ -S_1 S_2 C_1 \dot{\theta}_2 + S_1 S_2 C_1 \dot{\theta}_2 + C_1 \dot{\theta}_1 \\ S_1^2 \dot{\theta}_2 + C_1^2 \dot{\theta}_2 \end{pmatrix}^T \quad (4.13)$$

$$\Phi^T \mathbf{R}_2^0 = \begin{pmatrix} S_2 \dot{\theta}_1 & C_2 \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

$$(\mathbf{R}_2^0)^T \Phi = \begin{pmatrix} C_1 C_2 & S_1 C_2 & S_2 \\ -C_1 S_2 & -S_1 S_2 & C_2 \\ S_1 & -C_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \dot{\theta}_2 \\ -C_1 \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

$$(\mathbf{R}_2^0)^T \Phi = \begin{pmatrix} S_1 C_1 C_2 \dot{\theta}_2 - S_1 C_1 C_2 \dot{\theta}_2 + S_2 \dot{\theta}_1 \\ -C_1 S_2 S_1 \dot{\theta}_2 + S_1 S_2 C_1 \dot{\theta}_2 + C_2 \dot{\theta}_1 \\ S_1^2 \dot{\theta}_2 + C_1^2 \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_2 \dot{\theta}_1 \\ C_2 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

$$T_{pala} = \begin{pmatrix} S_2 \dot{\theta}_1 & C_2 \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_2 \dot{\theta}_1 \\ C_2 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

$$T_{pala} = \begin{pmatrix} I_{xx}\dot{\theta}_1 S_2 - I_{xy}\dot{\theta}_1 C_2 - I_{xz}\dot{\theta}_2 \\ -I_{xy}\dot{\theta}_1 S_2 + I_{yy}\dot{\theta}_1 C_2 - I_{yz}\dot{\theta}_2 \\ -I_{xz}\dot{\theta}_1 S_2 - I_{yz}\dot{\theta}_1 C_2 + I_{zz}\dot{\theta}_2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} S_2\dot{\theta}_1 \\ C_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

$$T_{pala} = \frac{1}{2} [I_{xx}\dot{\theta}_1^2 S_2^2 + I_{yy}\dot{\theta}_1^2 C_2^2 + I_{zz}\dot{\theta}_2^2 - 2I_{xy}\dot{\theta}_1^2 S_2 C_2 - 2I_{yz}\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 C_2 - 2I_{xz}\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 S_2] \quad (4.19)$$

Dado que se supuso que el viento es igual en toda el área del disco del rotor y que en consecuencia, la dinámica de las tres palas es la misma, y que además la magnitud velocidad angular con respecto a a la cabina $\dot{\theta}_1$ será la misma para las tres palas, y en concordancia con 4.19 es claro que la energía cinética no depende de la posición angular θ_1 por lo que podemos deducir que en todo instante la energía cinética será idéntica en las tres palas, siempre que las fuerzas generalizadas sobre ellas también lo sean.

Para determinar la energía potencial del sistema tomamos en cuenta que toda la masa se posiciona en una partícula ubicada el centro de gravedad. Derivado del proceso de diseño de la pala, y corroborado por el dibujo de la pala en CAD, se conoce que el centro de gravedad se encuentra en el eje del ángulo de paso, es decir con el eje “z” del S.C.2. El análisis de la energía potencial de la pala se reduce a determinar la energía potencial de esta partícula, que se encuentra a una distancia r_{cg} del origen de los sistemas coordenados.

Sea $\mathbf{r}_{cg,2}$ el vector con la posición del centro de masa en el S.C.2, y $\mathbf{r}_{cg,0}$ el mismo vector en el S.C.0, se puede emplear la matriz de rotación \mathbf{R}_2^0 para llegar de uno a otro como se aprecia en

$$\mathbf{r}_{cg,0} = \mathbf{R}_2^0 \mathbf{r}_{cg,2} = \begin{pmatrix} C_1 C_2 & -C_1 S_2 & S_1 \\ S_1 C_2 & -S_1 S_2 & -C_1 \\ S_2 & C_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ r_{cg} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1 r_{cg} \\ -C_1 r_{cg} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.20)$$

Conociendo la posición del centro de gravedad de la pala en el S.C.0, se puede aplicar

$$U_{pala} = m_{pala}g (\mathbf{r}_{cg,0}^T \bullet \hat{i}_0) \quad (4.21)$$

para determinar la energía potencial donde \hat{i}_0 es el vector unitario en el eje y del S.C.0, m_{pala} es la masa de la pala y g es la aceleración de la gravedad. Con lo anterior se procede calcular la energía potencial de una pala U_{pala} , y a continuación la energía potencial U_{total} de las tres palas U_3 , empleando

$$U_{total} = m_{pala}g [\mathbf{r}_{cg1,0} + \mathbf{r}_{cg2,0} + \mathbf{r}_{cg3,0}] \bullet \hat{i}_0. \quad (4.22)$$

Tomando en consideración que el ángulo entre una pala y otra es de 120 grados, es posible convertir la Eq. 4.22 en

$$U_{total} = m_{pala}g \left[\begin{pmatrix} S_1 r_{cg,0} \\ -C_1 r_{cg,0} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{1+120} r_{cg,0} \\ -C_{1+120} r_{cg,0} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{1+240} r_{cg,0} \\ -C_{1+240} r_{cg,0} \\ 0 \end{pmatrix} \right] \bullet \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.23)$$

Empleando las relaciones trigonométricas de ángulos dobles la Eq. 4.23 es transformada a

$$U_{total} = m_{pala}g R_{cm} \begin{pmatrix} S_1[1 + C_{120} + c240] + C_1[S_{120} + S_{240}] \\ C_1[1 + C_{120} + C_{240}] - S_1[S_{120} + S_{240}] \\ 0 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \quad (4.24)$$

de donde se puede obtener que la energía potencia total de las tres palas es siempre cero.

$$\left. \begin{aligned} \text{Sen}(A \pm B) &= \text{Sen}(A)\text{Cos}(B) \pm \text{Sen}(B)\text{Cos}(A) \\ \text{Cos}(A \pm B) &= \text{Sen}(A)\text{Sen}(B) \mp \text{Cos}(A)\text{Cos}(B) \end{aligned} \right\} \text{Identidades de ángulos dobles}$$

Se considerará que el diseño del buje y del sistema de control garantiza que el centro de gravedad de los mismos se encuentra sobre el eje del rotor, es decir sobre el eje z del

S.C.0, por lo que su energía potencial sería cero en todo momento. Por otro lado dado que el buje con el sistema de control sólo giran en torno al eje del rotor, entonces su energía cinética $T_{buj e}$ se puede describir como un movimiento unidimensional, descrito por

$$T_{buj e} = \frac{1}{2} I_{buj e} \dot{\theta}_1^2 . \quad (4.25)$$

Una vez conocido las energías cinéticas y potenciales de todos los cuerpos rígidos, se determina el Lagrangiano del sistema cómo la diferencia entre la suma de las energías cinética menos la sumatoria de las energías potenciales, y el resultado se expresa en la ecuación 4.26

$$L = \frac{3}{2} [I_{xx} \dot{\theta}_1^2 S_2^2 + I_{yy} \dot{\theta}_1^2 C_2^2 + I_{zz} \dot{\theta}_2^2 - 2I_{xy} \dot{\theta}_1^2 S_2 C_2 - 2I_{yz} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 C_2 - 2I_{xz} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 S_2] + \frac{1}{2} I_{buj e} \dot{\theta}_1^2 . \quad (4.26)$$

4.2. Dinámica del rotor

De acuerdo con la formulación Lagrangiana de la mecánica analítica las ecuaciones de movimiento pueden ser obtenidas resolviendo la ecuación

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j^{NU} \quad (4.27)$$

en donde q_j son cada una de las coordenadas generalizadas, que para el estudio actual son dos, el ángulo de de paso de la pala γ y el ángulo que forma la pala relacionado con su movimiento en relación al buje, usualmente denominado ángulo de Wind de la pala ω . Por otro lado Q_j^{NU} representa las fuerzas generalizadas que están definidas por

$$Q_j = \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_i \bullet \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_j} = \sum \mathbf{M}_{ext} \quad (4.28)$$

tal que no corresponden a alguna fuerza de ligadura.

En la Eq. 4.28 \mathbf{F}_i representa cualquiera de las fuerzas que se aplican sobre el sistema de cuerpos rígidos, \mathbf{r}_i indica el vector posición que señala el punto de aplicación de la

fuerza en cuestión, y N es la cantidad de fuerzas que se aplican al sistema. En el sistema de estudio actual, dado que las coordenadas generalizadas son ángulos, cada uno de los términos dentro de la sumatoria se refiere a los componentes de momento de torsión correspondientes a las coordenadas generalizadas y de naturaleza externa al sistema.

En el caso del sistema en estudio se toma en cuenta la participación de 7 fuerzas externas, 3 de estas corresponden a las fuerzas aerodinámicas, estas son la fuerza de empuje o \mathbf{F}_T , que intenta flexionar la pala en dirección a la cabina, el torque aerodinámico principal \mathbf{M}_Q que hace girar al rotor y es la encargada de la producción de potencia mecánica útil, y el momento de cabeceo \mathbf{M}_p que es una fuerza de torsión que intenta girar la pala sobre el eje de ángulo de paso.

Otra fuerza externa que actúa sobre el sistema es el par del generador imprime sobre el sistema buje-eje del rotor denotado por \mathbf{M}_G . Se tomó en cuenta las fuerzas de fricción angular o amortiguamiento sobre el eje del rotor $-\dot{\theta}_1 B_\omega$ y la fuerza homóloga en el eje de paso $-\dot{\theta}_2 B_\gamma$.

Finalmente se considera el momento de torsión causado por el resorte \mathbf{M}_R y que actúa sobre el eje de paso.

Al resolver la Eq. 4.27 con respecto a la coordenada generalizada θ_2 se obtiene la Eq. 4.33 que es la primer ecuación de movimiento. Al resolver Eq. 4.27 con respecto al ángulo θ_1 obtenemos la segunda ecuación de movimiento la Eq. 4.37. Los procedimientos intermedios se desarrollan a continuación.

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = 3I_{zz}\dot{\theta}_2 - 3I_{xz}\dot{\theta}_1 S_2 - 3I_{yz}\dot{\theta}_1 C_2 \quad (4.29)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = 3I_{zz}\ddot{\theta}_2 - 3I_{xz}(\ddot{\theta}_1 S_2 + \dot{\theta}_1 C_2 \dot{\theta}_2) - 3I_{yz}(\ddot{\theta}_1 C_2 - \dot{\theta}_1 S_2 \dot{\theta}_2) \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = & 3I_{xx}\dot{\theta}_1^2 S_2 C_2 - 3I_{yy}\dot{\theta}_1^2 S_2 C_2 - 3I_{xy}\dot{\theta}_1^2 (C_2^2 - S_2^2) \\ & - 3I_{xz}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 C_2 + 3I_{yz}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 S_2 \end{aligned} \quad (4.31)$$

Reemplazando Eq. 4.30 y Eq. 4.31 en Eq. 4.22 se obtiene Eq. 4.32.

$$\begin{aligned} & 3I_{zz}\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_1 [-3I_{xz}S_2 - 3I_{yz}C_2] \\ & + \dot{\theta}_1^2 [-3I_{xx}S_2 C_2 + 3I_{yy}S_2 C_2 + 3I_{xy}(C_2^2 - S_2^2)] = \sum Q_2 \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} 3I_{zz}\ddot{\theta}_2 = & \sum Q_2 - \dot{\theta}_1^2 [-3I_{xx}S_2 C_2 + 3I_{yy}S_2 C_2 + 3I_{xy}(C_2^2 - S_2^2)] \\ & - \ddot{\theta}_1 [-3I_{xz}S_2 - 3I_{yz}C_2] \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = & 3I_{xx}\dot{\theta}_1 S_2^2 + 3I_{yy}\dot{\theta}_1 C_2^2 - 6I_{xy}S_2 C_2 \dot{\theta}_1 - 3I_{xz}S_2 \dot{\theta}_2 \\ & - 3I_{yz}C_2 \dot{\theta}_2 + I_{buje}\dot{\theta}_1 \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = & 3I_{xx}(\ddot{\theta}_1 S_2^2 + 2\dot{\theta}_1 S_2 C_2 \dot{\theta}_2) + 3I_{xx}(\ddot{\theta}_1 C_2^2 - 2\dot{\theta}_1 S_2 C_2 \dot{\theta}_2) \\ & - 6I_{xy}(\ddot{\theta}_1 S_2 C_2 + \dot{\theta}_1 C_2^2 \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1 S_2^2 \dot{\theta}_2) \\ & - 3I_{xz}(C_2 \dot{\theta}_2^2 + S_{\theta,2} \ddot{\theta}_2) - 3I_{yz}(-S_2 \dot{\theta}_2^2 + C_2 \ddot{\theta}_2) + I_{buje}\ddot{\theta}_1 \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} & 3I_{xx}(\ddot{\theta}_1 S_2^2 + 2\dot{\theta}_1 S_2 C_2 \dot{\theta}_2) + 3I_{xx}(\ddot{\theta}_1 C_2^2 - 2\dot{\theta}_1 S_2 C_2 \dot{\theta}_2) \\ & - 6I_{xy}(\ddot{\theta}_1 S_2 C_2 + \dot{\theta}_1 C_2^2 \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1 S_2^2 \dot{\theta}_2) - 3I_{xz}(C_2 \dot{\theta}_2^2 + S_2 \ddot{\theta}_2) \\ & - 3I_{yz}(-S_2 \dot{\theta}_2^2 + C_2 \ddot{\theta}_2) + I_{buje}\ddot{\theta}_1 = \sum Q_1 \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} & \ddot{\theta}_1 (3I_{xx}S_{\theta,2}^2 + 3I_{yy}C_2^2 - 6I_{xy}S_2 C_2 + I_{buje}) = \\ & \sum Q_1 - \ddot{\theta}_2 (-3I_{xz}S_2 - 3I_{yz}C_2) \\ & - \dot{\theta}_2^2 (3I_{yz}S_2 - 3I_{xz}C_2) \\ & - \dot{\theta}_2 (6I_{xx}S_2 C_2 \dot{\theta}_1 - 6I_{yy}S_2 C_2 \dot{\theta}_1 + 6I_{xy}\dot{\theta}_1 (S_2^2 - C_2^2)) \end{aligned} \quad (4.37)$$

Considerando que el vector de la fuerza de empuje en el S.C.2 tiene está definido por

$$\mathbf{F}_T = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -F_T \end{pmatrix}. \quad (4.38)$$

Tomando en consideración que esta fuerza se aplica sobre el centro de gravedad de pala es posible resolver Eq. 4.28 con respecto a las dos coordenadas generalizadas, y se obtienen las ecuaciones 4.39 y 4.40 que indican que su participación es cero, lo que es consistente dado que la fuerza paralela al giro en θ_2 y se aplica sobre el eje de giro de θ_1 .

$$Q_{T-\theta_1} = \mathbf{R}_2^0 \mathbf{F}_T \bullet \frac{\partial \mathbf{r}_{cg}}{\partial \theta_2} = 0 \quad (4.39)$$

$$Q_{T-\theta_2} = \mathbf{R}_2^1 \mathbf{F}_T \bullet \frac{\partial \mathbf{r}_{cg}}{\partial \theta_1} = 0 \quad (4.40)$$

Observando que el resto de las fuerzas son momentos que se aplican exclusivamente sobre una particular coordenada generalizada, podemos deducir las Ecuaciones 4.41 - 4.52. En donde M_P es el momento aerodinámico de cabeceo, M_Q el torque aerodinámico sobre el rotor, M_R es el par del resorte de torsión sobre la pala, M_G es el par del generador, $\dot{\theta}_2 B_{\theta_2}$ es el par de la fricción angular sobre la pala y $\dot{\theta}_1 B_{\theta_1}$ es la fricción angular sobre el rotor.

$$Q_{P-\theta_1} = 0 \quad (4.41)$$

$$Q_{P-\theta_2} = M_P \quad (4.42)$$

$$Q_{Q-\theta_1} = -M_Q \quad (4.43)$$

$$Q_{Q-\theta_2} = 0 \quad (4.44)$$

$$Q_{R-\theta_1} = 0 \quad (4.45)$$

$$Q_{P-\theta_2} = -M_R \quad (4.46)$$

$$Q_{G-\theta_1} = M_G \quad (4.47)$$

$$Q_{G-\theta_2} = 0 \quad (4.48)$$

$$Q_{B_{\theta_2}-\theta_2} = -\dot{\theta}_2 B_{\theta_2} \quad (4.49)$$

$$Q_{B\gamma\theta_1} = 0 \quad (4.50)$$

$$Q_{B\theta_1-\theta_2} = 0 \quad (4.51)$$

$$Q_{B\theta_1-\theta_1} = -\dot{\theta}_1 B_{\theta_1} \quad (4.52)$$

Finalmente introduciendo los valores de las ecuaciones 4.41 - 4.52 en Eq. 4.28, obtenemos

$$\sum Q_{\theta_1} = -M_Q + M_G - B_{\theta_1}\theta_1 \quad (4.53)$$

y

$$\sum Q_{\theta_2} = M_P - M_R - B_{\theta_2}\dot{\theta}_2. \quad (4.54)$$

Relacionando las variables que se emplean en la teoría aerodinámica, con las coordenadas generalizadas se tienen las ecuaciones

$$\Omega = -\dot{\theta}_1 \quad (4.55)$$

$$\gamma = -\theta_2 \quad (4.56)$$

Este modelo describirá la dinámica del rotor siempre que los movimientos vibratorios sean despreciables, las palas estén bien balanceadas, el centro de gravedad de la pala se ubique en el eje de paso, y el movimiento de Yaw sea lo suficientemente suave cómo para que las fuerzas internas derivadas sean despreciables.

Capítulo 5

Análisis del sistema de control pasivo

5.1. Obtención de los parámetros de control

5.1.1. Análisis de las fuerzas internas, externas y problemáticas de diseño

Para evaluar la eficacia del sistema de control se establecen 3 criterios, el primero de ellos se basa en la capacidad del sistema de control para proteger al generador eléctrico de sobre potencias. Dado que no se tiene certeza del tipo de generador que se empleará en el prototipo, se propone que el sistema no exceda el 120 % de su potencia nominal.

El segundo criterio se relaciona con la estabilidad Entrada Acotada y Salida Acotada (BIBO) del sistema [28]. Para esto se emplearon, funciones tipo rampa, y funciones sinusoidales con una aceleración máxima de 4.5 m/s, la cual se espera que supere a las velocidades de viento máximas que puedan ocurrir en la práctica.

Los primeros dos criterios también garantizan la integridad física y protección contra daños del aerogenerador. El tercer criterio se deriva del principio en el que los sistemas de control de ángulo de paso no deben actuar en velocidades de vientos bajas [3], en donde las palas son óptima por diseño. Relacionando los planteamientos anteriores con la tabla 1 se desarrollan los siguientes criterios:

1. La potencia mecánica de salida P_{out} no deberá en ningún momento exceder los

12 kW (1.2 P_{nom}), ante ninguna señal de entrada de la velocidad del viento mayor a los 10.5 m/s.

2. La potencia mecánica de salida del rotor P_{out} debe converger en un valor que se encuentre en el rango de $8 < P_{nom} < 12 \text{ kW}$ (1.2 P_{nom}) cuando se introduzcan funciones que converjan en un rango de $10.5 < U_o < 30 \text{ m/s}$. Más eficaz será el mecanismo de control cuanto más cercana sea la convergencia al valor de 10 kW.
3. La posición angular de la pala en velocidades menores a los 10.5 m/s (V_{nom}) debe ser siempre cero grados.

Se realizaron simulaciones con el objetivo de identificar la magnitud y dirección de cada uno de los torques tanto internos como externos que actúan sobre la pala paralelos al eje de paso, con la finalidad de analizar causa y efecto del movimiento.

Al revisar la ecuación 4.26, es visible que está compuesta principalmente por dos términos que por su naturaleza dimensional se refieren a momentos de torsión, estos se presentan en las ecuaciones 5.1 y 5.2. Tales momentos se denominarán momento interno centrífuga M_{cent} y momento interno giroscópico M_{gsc} , debido al hecho de que el M_{cent} es proporcional al cuadrado de la velocidad angular del rotor y M_{gsc} es proporcional a la aceleración del rotor.

$$M_{cent} = -\dot{\theta}_1^2 (-3I_{xx}S_2C_2 + 3I_{yy}C_2S_2 + 3I_{xy}(C_1^2 - S_2^2)) \quad (5.1)$$

$$M_{gsc} = -\ddot{\theta}_1 (-3I_{yz}C_2 - 3I_{xz}S_2) \quad (5.2)$$

Tomando en cuenta lo anterior la Eq.4.37 se puede reescribir como la Eq.5.3 que es muy útil para el diseño del sistema. Nótese que el momento del resorte y la fricción en el eje de paso fueron agrupados en el momento de control $M_{control}$, debido a que la fricción en este eje también será una variable de control.

$$3\ddot{\theta}_2 I_{zz} = M_P + (-M_R - B_\gamma \dot{\theta}_2) + M_{cent} + M_{gsc} = M_P + M_{control} + M_{cent} + M_{gsc} \quad (5.3)$$

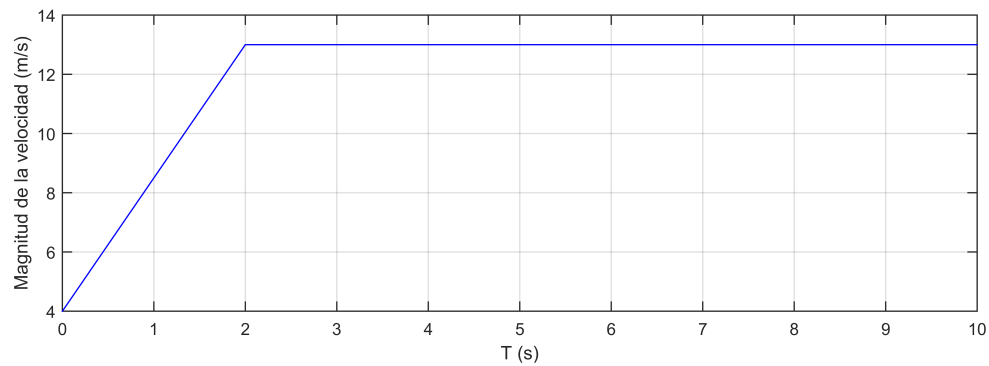
Se simuló la evolución en el tiempo del sistema viento-rotor-generador (VRG), con la finalidad de comparar la variación de las magnitudes y direcciones de cada uno de los pares descritos arriba en el tiempo. Las funciones de entrada al sistema son la magnitud del viento y el ángulo de desajuste de guiñada. La magnitud mínima de la velocidad del viento que fue posible simular debido a la limitaciones de los modelos utilizados fue de 4 m/s . Por otro lado el ángulo de desajuste de guiñada se considera 90 grados cuando el viento ataca de forma axial al disco del rotor,

Se propusieron dos casos de estudio en el cuál el sistema VRG sería simulado. El caso I o caso rampa, consiste en emplear rampas saturadas en las que la velocidad de viento incrementa desde 4 m/s hasta un valor determinado, y a partir de allí la función se satura. La pendiente de la rampa es la aceleración hipotética del viento, la cual fue fijada en 4.5 m/s^2 para simular una aceleración extrema, y de esta manera garantizar la fiabilidad del sistema ante cualquier aceleración mas pequeña. Esta función permite evaluar la estabilidad BIBO del sistema para funciones de entrada constante. La razón por la que no se inicia simplemente con un valor constante es que los valores iniciales de velocidad angular del rotor, velocidad del viento y ángulo de paso del sistema deben ser calculados para cada valor de velocidad del viento con el propósito de evitar iniciar la simulación con el sistema VRG en un estado irreal y de alta inestabilidad. Iniciar siempre en el mismo estado de estabilidad e incrementar la velocidad garantiza que el sistema se mantenga dentro de estados que se pueden visitar en la realidad.

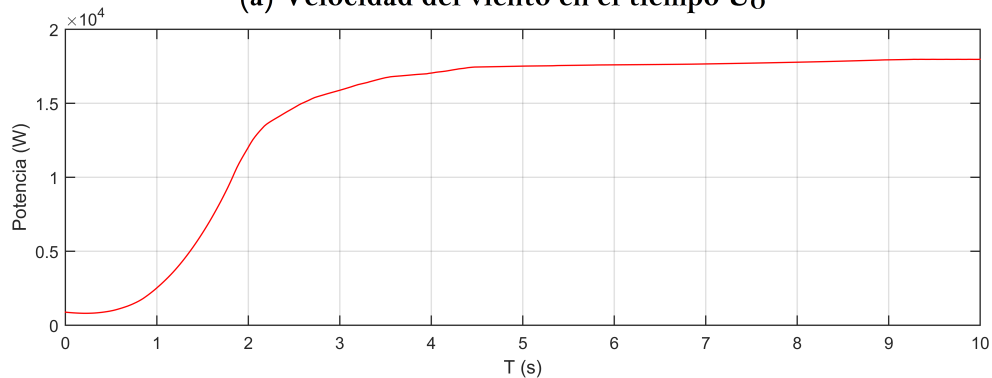
En el caso II, se utilizan funciones de magnitud de la velocidad de viento tipo rampa y una vez que el aerogenerador ha alcanzado una determinada velocidad se introduce una función senoidal. Se registró la evolución de varias magnitudes en el tiempo con el fin de permitir una mejor comprensión del estado cualitativo del sistema. Estas magnitudes son la velocidad del viento, la dirección del viento, la potencia mecánica que ingresa al generador, la posición angular de la pala, la velocidad angular del rotor, y los cuatro momentos de torsión que se presentan en Eq.5.3. Para cada experimento se seleccionó

un único valor de saturación para la función de entrada de la velocidad del viento.

La pendiente de las rampas seleccionada, de $4.5m/s^2$, equivale 0.5 veces la gravedad y se espera sobrepase las aceleraciones reales. No se encontró información que indique la aceleración del viento como una propiedad estadística, lo que refleja que existe la necesidad de realizar un estudio de este tipo, precisamente para evaluar y diseñar los elementos de control pasivo. Se realizó un basto número de simulaciones que serán agrupadas en conjuntos denotados por números romanos. Cada conjunto cumplió una función de exploración del sistema.



(a) Velocidad del viento en el tiempo U_0



(b) Potencia mecánica entrante al generador eléctrico P_{out}

Fig. 5.1. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones I.

En el conjunto I de simulaciones, el ángulo θ_2 se mantuvo fijo y de aquí se observó

que un viento con apenas 2 m/s mayor que la velocidad nominal produce una cantidad de potencia que casi duplica la potencia nominal, como se puede apreciar comparando los datos de la tabla 1 y los mostrados en la Fig. 5.1. Esto significa que la pala en estudio no posee ningún en su diseño un sistema de pérdida pasiva y se puede asegurar que, a menos que se asigne un sistema de control a estas palas, no son aptas para ser implementadas en la práctica.

También se reveló que la magnitud del momento aerodinámico de cabeceo es del orden de $20Nm$, y que el momento centrífugo tiene una dirección contraria pero magnitud y comportamiento semejante. Por otro lado el momento giroscópico es de un orden casi 10 veces menor, y su dirección cambia continuamente, como se aprecia en la Fig. 5.2. La dirección positiva indica que la coordenada generalizada θ_2 se acelera angularmente en dirección contraria a las agujas del reloj sobre su eje z principal, esto es sobre el eje z del S.C.2 de la figura 4.2, y ocurre inversamente para el signo negativo.

Se ha verificado que la dirección del movimiento angular del borde de ataque de los diferentes perfiles de la pala giran hacia la dirección de aguas arriba, y que efectivamente esta es la dirección horaria con respecto al eje z de las figuras 4.2 y 4.1. Comparando los signos de los giros con respecto a la Fig. 2.5 del análisis aerodinámico, estos coinciden. Nótese que al incrementarse negativamente la coordenada generalizada γ se incrementa en la misma magnitud pero positivamente el ángulo θ_2 (Ver Eq. 4.55).

De acuerdo con la Eq. 5.1 y considerando que θ_2 debe ser siempre pequeño, el momento centrífugo M_{cent} depende del producto de inercia I_{xy} , el cuál cambia de una pala a otra. Previamente se habían realizados simulaciones con una pala más pesada que mostraron que el momento centrífugo es generalmente mayor que el momento aerodinámico de cabeceo, sin embargo en el caso de estudio actual, se seleccionó una pala muy ligera, lo que permite el diseño de un sistema de control pasivo de ángulo de paso que emplee principalmente el momento de cabeceo aerodinámico M_p .

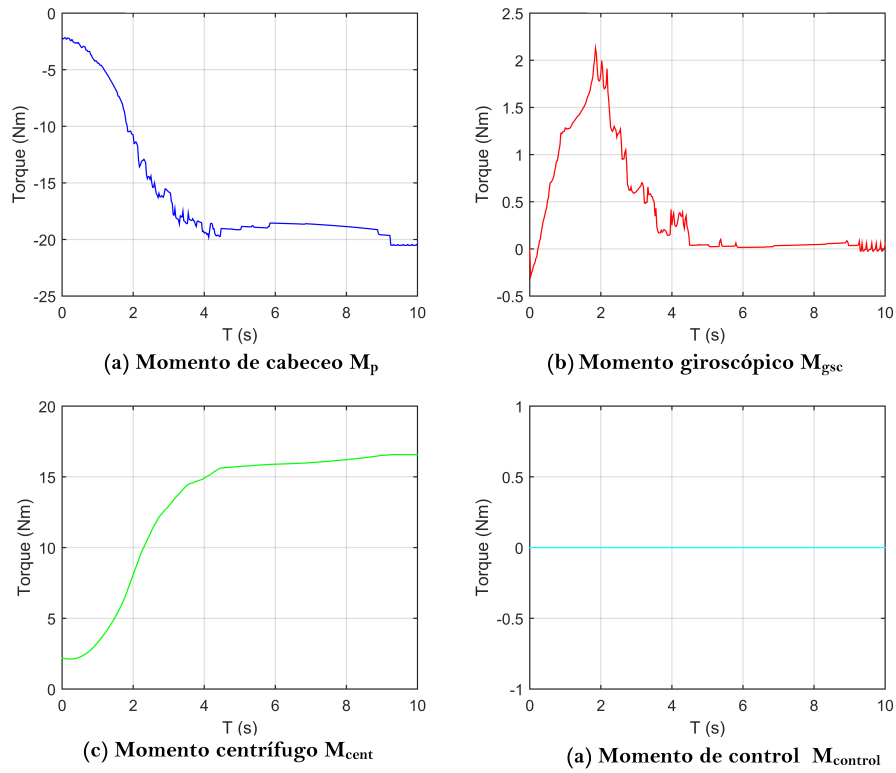
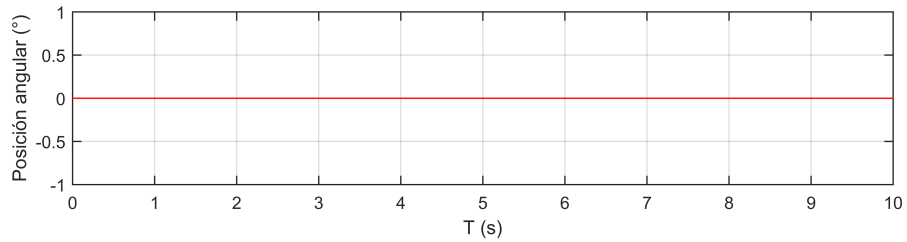
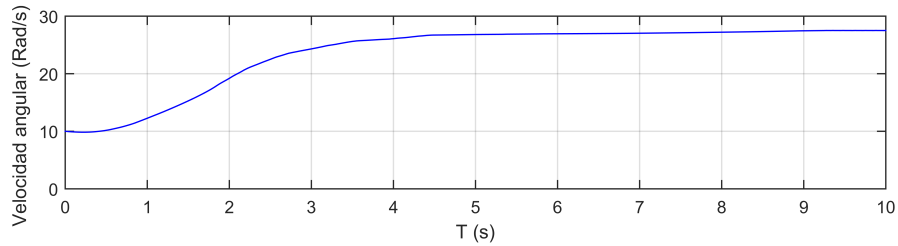


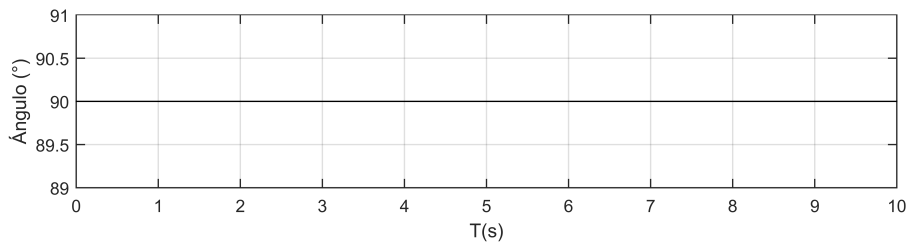
Fig. 5.2. Evolución momentos sobre la pala en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones I.



(a) Posición angular de la pala θ_2



(b) Velocidad angular del rotor Ω



(a) Ángulo de desajuste de guiñada Ψ

Fig. 5.3. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones I.

El conjunto II de simulaciones consistió en agregar un torque inicial del resorte, y hacerlo variar para analizar el comportamiento obtenido. La primer condición obligatoria que el resorte debe de cumplir consiste en que, a velocidades de viento menores a la nominal el ángulo de Pitch se mantenga en 0° , pues de lo contrario se tendría una disminución del rendimiento de la turbina. Para lograr el efecto, el mecanismo debe tener dos topes que restrinjan el movimiento, y el segundo artificio consiste en que el resorte se encuentre fuera de su punto de equilibrio cuando la pala se encuentre en

un ángulo θ_1 igual a cero, y de manera que el resorte proporcione un torque inicial en dirección positiva todo el tiempo, de esta manera es posible que la pala se mantenga en cero grados cuando las velocidades del viento sean menores a la velocidad nominal, puesto que el torque del resorte será mayor que el resto de los torques.

El rango de movilidad de la pala permitido por los topes no debe comprender ángulos mayores a 0 rad, debido a que en esta zona la pala entra en pérdida rápida y no es de interés para la investigación, también se probó que el límite de máximo valor absoluto de -1 rad es suficiente para que el sistema trabaje bien con rachas de hasta 40 m/s, si se selecciona un valor más pequeño se tendrán sobre potencias en rachas de viento entre los 20 y los 40 m/s, que son indeseables, por lo tanto el rango más adecuado se encuentra en el intervalo definido por $-1 < \theta_2 < 0 \text{ rad}$.

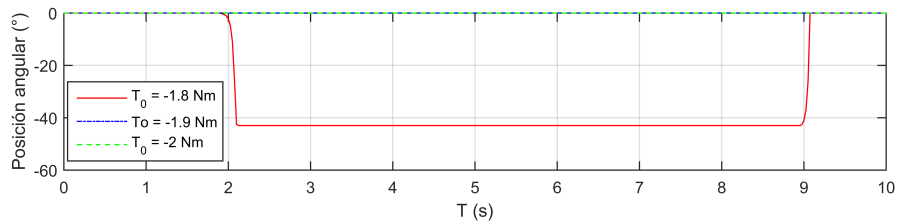
En el conjunto II de simulaciones se encontró que el torque para mantener al aspa en 0° con velocidades menores a 10.5 m/s es de 2 Nm como se muestra en la Fig. 5.4. Tal torque inicial se debe obtener en la práctica mediante una pre-compresión del resorte.

En el conjunto III de simulaciones se evaluaron varios coeficientes o índices de resorte k con unidades de Nm/grado y respetando el torque inicial con diferentes coeficientes de fricción angular de la pala B_γ . En las figuras 5.5 y 5.6 se presentan los resultados de las simulaciones más útiles en virtud de que permiten apreciar el comportamiento en general el sistema al variar el índice de resorte. El comportamiento con menores oscilaciones se obtuvo con una fricción angular de 4 Nms/rad .

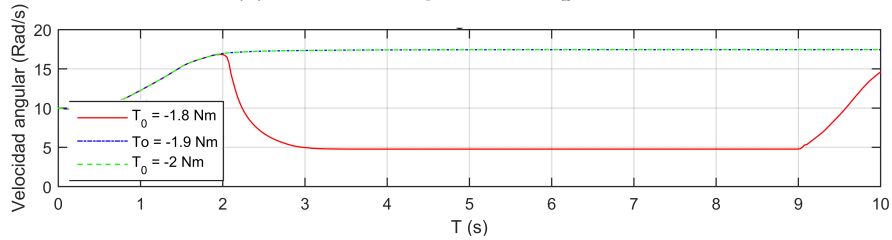
Continuando con el conjunto III de simulaciones, al utilizar cualquier valor de coeficiente de resorte positivo, la pala simplemente se mantenía en ángulos θ_2 cercanos a cero y la producción de potencia era elevada. Cuando se emplearon índices de resorte negativos, el comportamiento del sistema cambió, y el ángulo de la pala comenzó a tomar valores mayores. Sin embargo a partir de cierto rango el valor de θ_2 se desestabilizaba, y la pala giraba sin control hasta llegar a los límites de movimiento permitido. Se realizaron numerosas simulaciones y no fue posible encontrar un valor en el ocurriera

la convergencia. Mas aún cuando el valor absoluto del índice del resorte llegó a cierto valor (-0.088) la posición de la pala cayó a su valor mínimo de 40° .

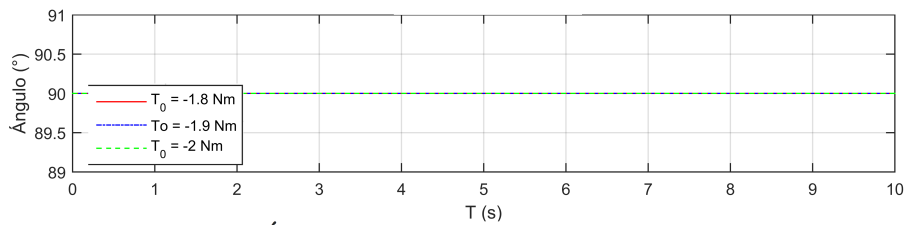
Por otro lado desde un punto de vista físico, un resorte que ejerza una fuerza negativa, y que al ser rotado en dirección negativa incrementa el par proporcionado, contradice la ley de Hook. Por lo anterior.



(a) Posición angular de la pala θ_2



(b) Velocidad angular del rotor Ω



(c) Ángulo de desajuste de guiñada Ψ

Fig. 5.4. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones II.

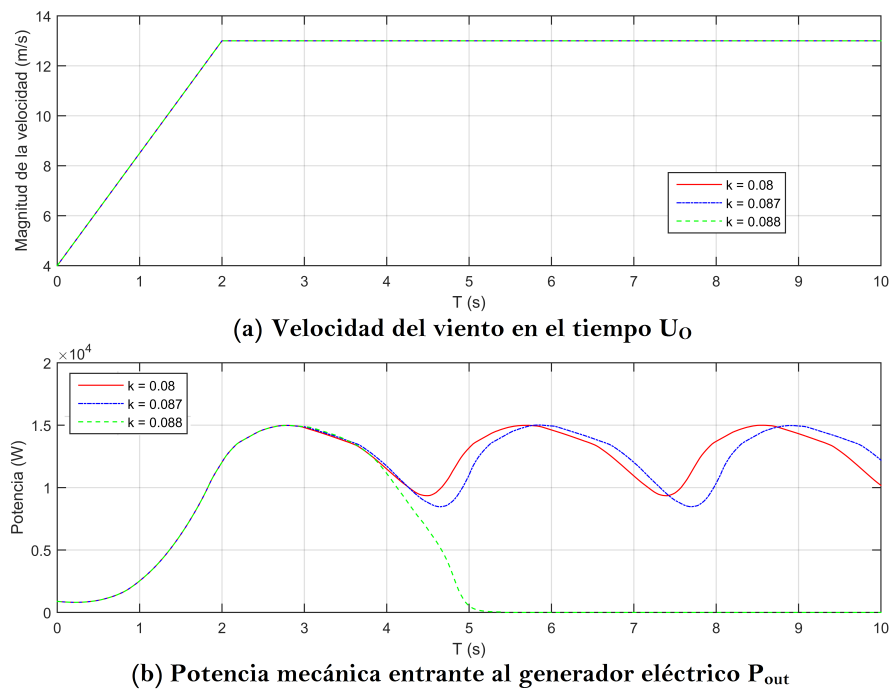


Fig. 5.5. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones III.

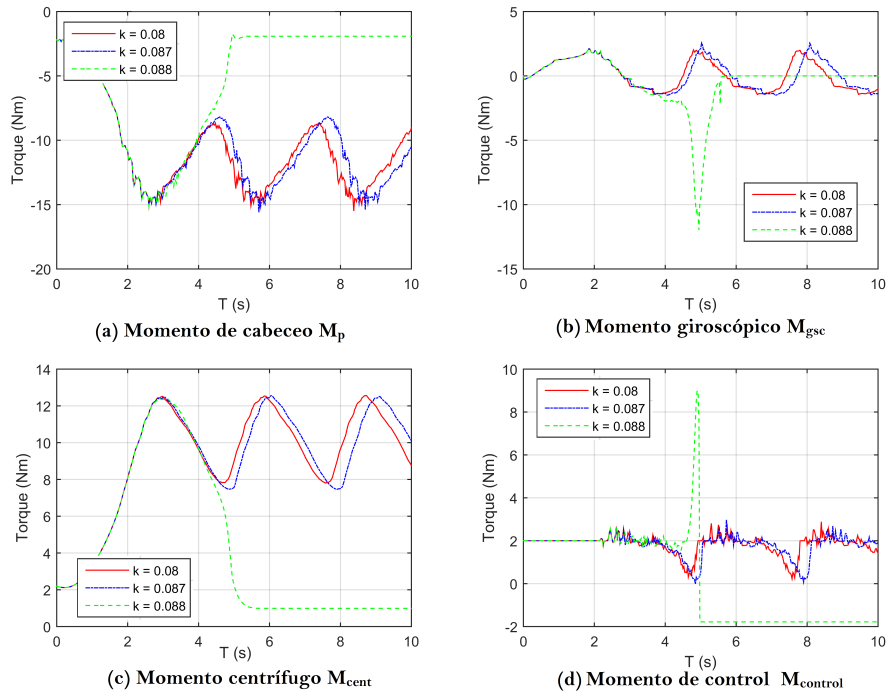
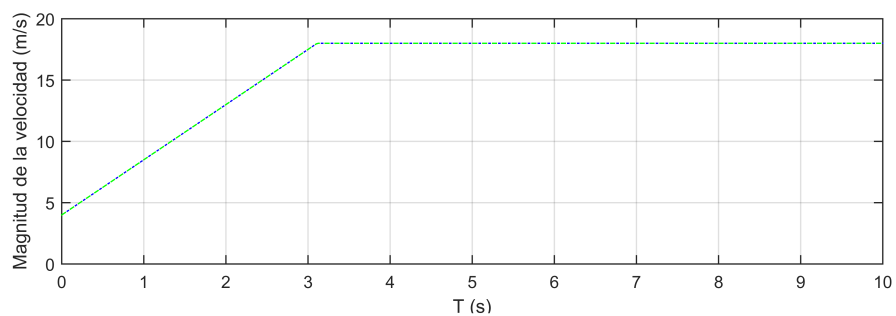
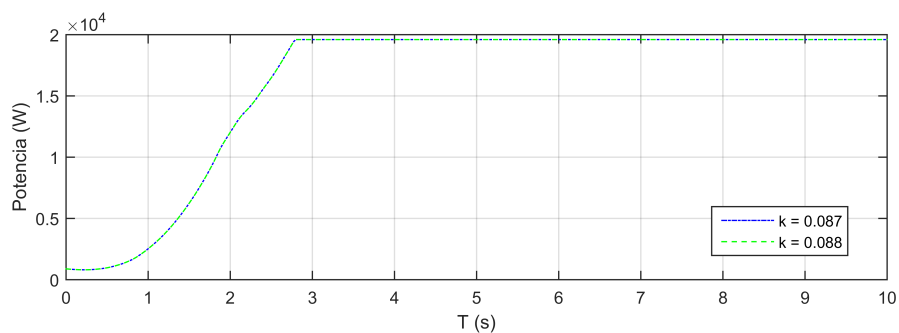


Fig. 5.6. Evolución momentos sobre la pala en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones III.

A continuación se llevó a cabo el conjunto de simulaciones IV, en los que se emplearon los coeficientes de resortes que eran capaces de llevar a la pala a un ángulo θ_2 cercano al deseado, pero esta vez se empleó una función de entrada saturada a 18 m/s , los resultados, los cuales se condensan en las figuras 5.7-5.8, mostraron que el coeficiente de resorte que funciona para una señal de entrada no lo hace para otra señal.



(a) Velocidad del viento en el tiempo U_0



(b) Potencia mecánica entrante al generador eléctrico P_{out}

Fig. 5.7. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones IV.

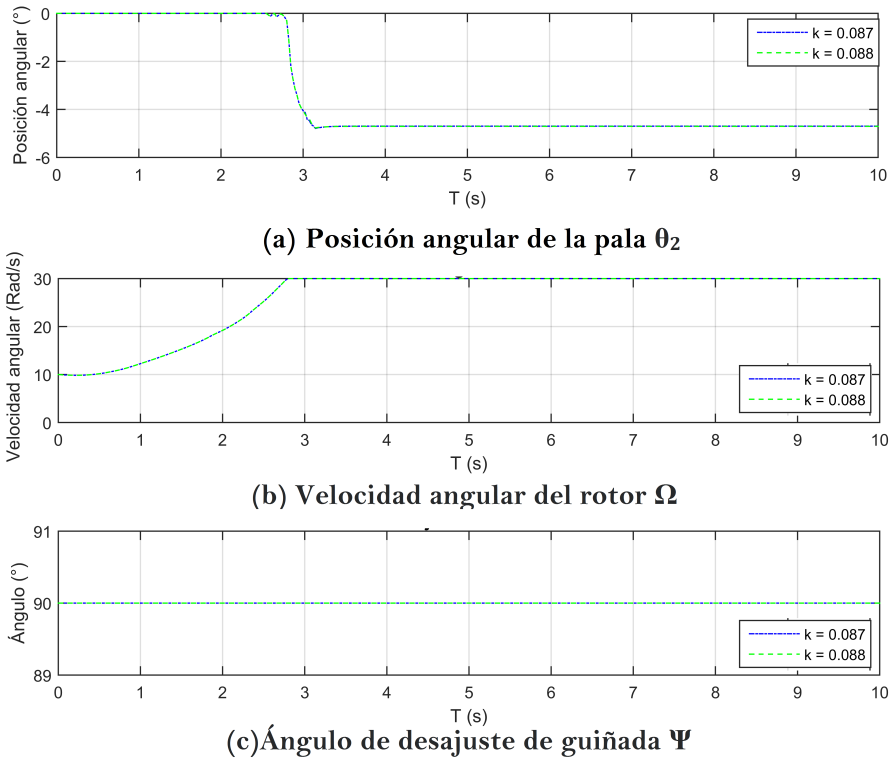


Fig. 5.8. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones IV.

Analizando las fuerzas sobre el sistema se dedujo que el momento centrífugo juega un papel fundamental, dado que es el responsable de disminuir el efecto del momento aerodinámico de cabeceo cuando el rotor alcanza determinadas velocidades angulares, al agregar más variables y grados al modelo del sistema como se puede deducir de la Eq.5.2.

El hecho de que no halla ningún índice de resorte que permita a la potencia de salida del rotor cumplir con ninguno de los 3 criterios planteados es un problema, cuya solución implicó la introducción de un cuarto elemento de control además del resorte, la fricción angular intencionada sobre θ_2 y los límites de movilidad de la pala.

5.1.2. Cálculo del contrapeso

El tensor de inercia de la pala fue calculado empleando un software CAD, teniendo especial cuidado en respetar el espesor de las paredes, y las densidades de los materiales utilizados, los cuales se pueden consultar con más detalle en la Tesis del M.C. Alcidez Diaz Sosa [23]. El bosquejo de la pala se llevó a cabo en S.C.2 como se aprecia en la Fig.4.1 con la finalidad de evitar traslación o rotación del tensor de inercia.

$$I_b = \begin{pmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yz} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10.522 & -0.0073 & 0.2160 \\ -0.0073 & 10.5390 & -0.0753 \\ 0.2160 & -0.0753 & 0.0267 \end{pmatrix} \text{kgm}^2$$

Se propuso emplear un contrapeso, es decir un objeto cuya masa, geometría y posición sea precisamente calculada para contrarrestar los efectos de la fuerza giroscópica. Dado que una de las propiedades de la matriz de inercia consiste en que al agregar un cuerpo nuevo al sistema físico, el tensor de inercia resultante es simplemente la suma de las matrices de inercia de los cuerpos que componen a tal sistema, entonces se visualiza que al agregar el contrapeso, el resultado será equivalente a añadir a los elementos de la inercia de la pala otros términos que pueden ser negativos o positivos, y de esta manera manipularla. Lo siguiente, por lo tanto, es definir qué términos se desea modificar y en qué magnitud.

Si revisamos detenidamente la Eq.5.1 y se analiza la matriz de inercia, se verá que el momento centrífugo desaparece si los momentos I_{xx} e I_{yy} fuesen idénticos y si el producto I_{xy} es igual a cero. Para lograr tal efecto, se tales suposiciones se pueden reescribir en forma de restricciones matemáticas, que conduzcan a conocer la masa y posición del contrapeso. Otras características como la densidad y la geometría del contrapeso pueden ser seleccionadas de manera completamente aleatoria.

Dado que una mayor densidad proporcionaría un contrapeso de menor volumen, el cual es un factor determinante en la manufacturabilidad del mecanismo, se optará por emplear plomo para el material del contrapeso, el cuál es económico y con una densidad

elevada. Además el plomo se funde a una temperatura relativamente baja de $327^{\circ}C$, lo que nos permite manipular su forma de manera económica.

La forma del contrapeso, debe ser fácil de manufacturar y su inercia debe ser sencilla de calcular y trasladar, por lo que se optó por una forma cúbica. Los tres momentos de inercia de un cubo son idénticos y se calculan empleando la Eq. 5.4

$$I_{xx} = I_{yy} = I_{zz} = \frac{\rho L^5}{6} = \frac{mL^2}{6} \quad (5.4)$$

donde L es la longitud de cada lado del cubo, mientras que todos sus productos de inercia son cero.

Para encontrar el tensor de inercia del contrapeso en cualquier punto del espacio del S.C.2 se puede utilizar el teorema de los planos paralelos [22]. En las ecuaciones del teorema, que se ordenan a continuación, m es la masa del cubo que se calcula empleando Eq.5.5, los elementos con comillas simple, constituyen a el tensor de inercia del cubo cuando el origen del sistema coordenado coincide con su centro de gravedad, que es el obtenido empleando Eq. 5.4. y las variables x_G , y_G y z_G son la posición en el S.C.2 en la que se colocará el centro geométrico del cubo, y que determinarán su nuevo tensor de inercia.

$$\left. \begin{aligned} I_{xx} &= (I_{x'x'})_G + m(y_G^2 + z_G^2) \\ I_{yy} &= (I_{y'y'})_G + m(x_G^2 + z_G^2) \\ I_{zz} &= (I_{z'z'})_G + m(x_G^2 + y_G^2) \\ I_{xy} &= (I_{x'y'})_G + mx_Gy_G \\ I_{xz} &= (I_{x'z'})_G + mx_Gz_G \\ I_{yz} &= (I_{y'z'})_G + my_Gz_G \end{aligned} \right\} \text{Teorema de los planos paralelos}$$

$$m = \rho L^3 \quad (5.5)$$

Empleando las ecuaciones desarrolladas en esta sección y las restricciones planteadas se puede desarrollar el sistemas de ecuaciones a resolver para determinar la posición del contrapeso. Estas son ecuaciones 5.6 - 5.8, donde A es una constante arbitraria, 0.017 es la diferencia entre I_{xx} e I_{yy} , y 0.073 es el inverso aditivo de I_{xy} .

$$I_{xx,cp} = \frac{1}{6}mL^2 + m(y_G^2 + z_G^2) = 0.017 + A \quad (5.6)$$

$$I_{yy,cp} = \frac{1}{6}mL^2 + m(x_G^2 + z_G^2) = A \quad (5.7)$$

$$I_{xy,cp} = mx_G y_G = -0.0073 \quad (5.8)$$

Una manera de solucionar el sistema consiste en despejar A de Eq. 5.6, y sustituir en Eq. 5.7. Se despeja y_G de Eq. 5.8, y se sustituye también en Eq. 5.7, después de ordenar la ecuación resultante y simplificar se obtiene

$$\frac{0.073^2}{m} \frac{1}{x_G^2} - mx_G^2 - 0.017 = 0. \quad (5.9)$$

Ambos miembros de la Eq. 5.9 pueden ser multiplicados por $-x_G^2$ y luego podemos disponer de una variable intermedia Q' , definida en Eq. 5.10, sin significado físico para obtener una ecuación de segundo grado, Eq. 5.11, que se resuelve empleado la ecuación general, como se aprecia en Eq. 5.12. Revisando la definición de Q' , la raíz no podría tomar valores negativos puesto que correspondería a valores de x_G imaginarios.

$$Q' = x_G^2 \quad (5.10)$$

$$mQ'^2 + 0.017Q' - \frac{0.0073^2}{m} = 0 \quad (5.11)$$

$$Q' = \frac{-0.017 \pm \sqrt{0.017^2 + 4 \frac{0.0073^2}{m}}}{2m} \quad (5.12)$$

Del análisis anterior es claro que z_G no participa en el análisis puesto que su elección no tiene efecto en el posicionamiento del contrapeso. Por otro lado la masa m juega

un papel fundamental. Es conveniente que m sea pequeña, sin embargo también es conveniente que el contrapeso se ubique cerca del eje de paso por cuestión práctica de operación. Por lo anterior, las ecuaciones fueron introducidas a MATLAB para ser resueltas de manera iterativa, y poder observar mejor las relaciones encontradas, y de esta manera seleccionar un resultado que cumpla con un criterio amplio.

La evaluación se realizó para una masa desde $0.01Kg$ hasta $5Kg$, y se obtuvo la información sintetizada en Fig. 5.9. Es visible que la variación es cuadrática, y que las asíntotas tienen un punto de inflexión cuando el contrapeso tiene una masa de $0.8 Kg$. Nótese que la resolución de la Eq.5.10 implica que hallan raíces negativas y positivas, lo que conduce a la obtención de otro conjunto de soluciones posibles simplemente invirtiendo los signos de x e y .

Por simplicidad se elegirá una masa $m = 1Kg$, lo que corresponde a un cubo con lados de longitud $L = 4.456cm$. La coordenada $z_G = 0.25m$, la razón se presentará posteriormente cuando se diseñe el resto del sistema de control.

Con la masa seleccionada, y resolviendo las ecuaciones anteriores se determina una coordenada $x_G = 0.25495$ y una coordenada $y_G = -0.2863$. Con estas coordenadas el tensor de Inercia del contrapeso I_{cp} queda completamente determinado.

$$I_{cp} = \begin{pmatrix} 0.0825 & 0.0073 & -0.0130 \\ 0.0073 & 0.0655 & 0.0351 \\ -0.0130 & 0.0351 & 0.0227 \end{pmatrix}$$

$$I_{pala} = I_b + I_{cp} = \begin{pmatrix} 10.6045 & 0 & 0.2030 \\ 0 & 10.6045 & -0.0402 \\ 0.2030 & -0.0402 & 0.0494 \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

El tensor de inercia resultante se calcula por la simple suma de matrices como se aprecia en la Eq.5.13.

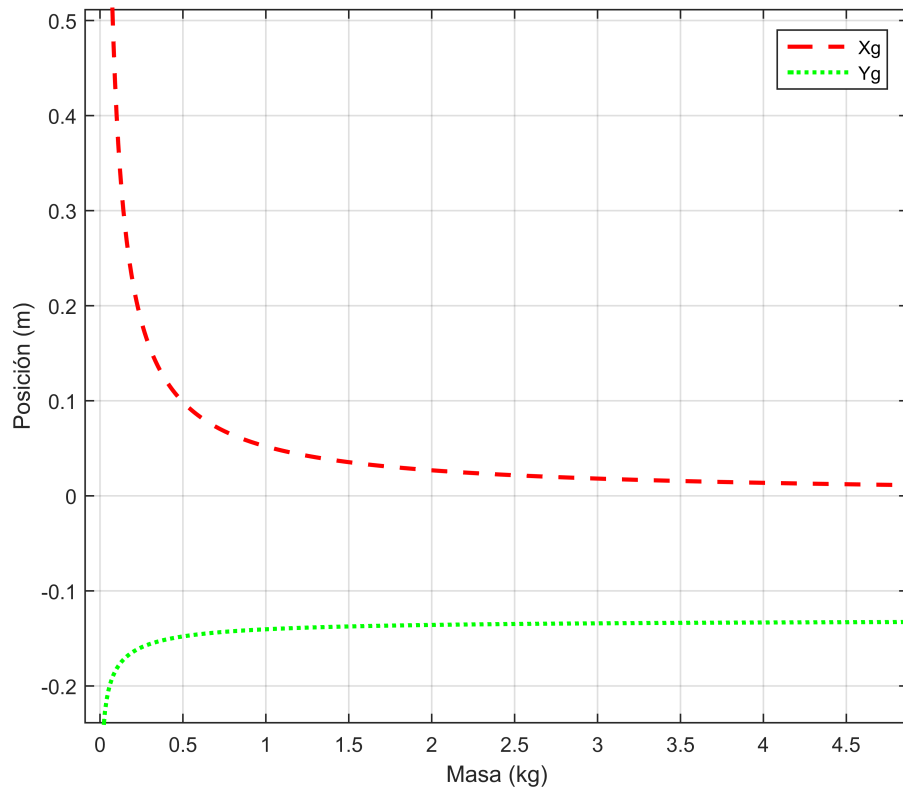
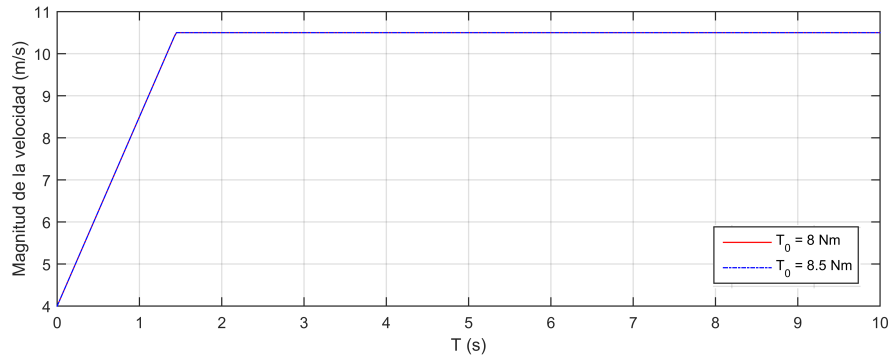


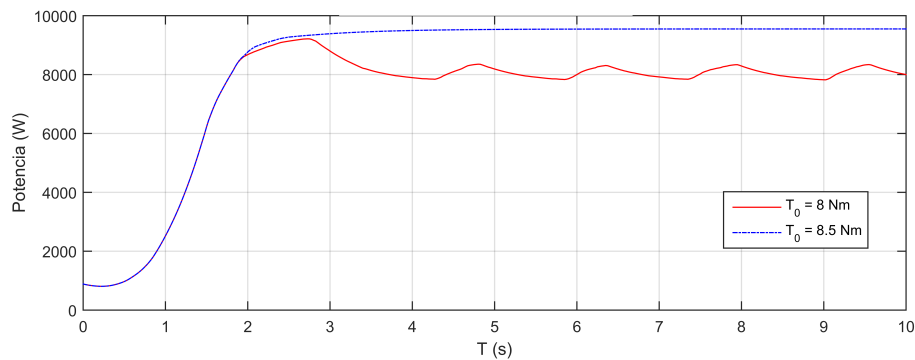
Fig. 5.9. Posición en x_G y y_G como función de la masa del contrapeso

5.1.3. Búsqueda del coeficiente del resorte

Una vez eliminado el momento centrífugo se esperaría que la selección de un resorte sea más sencilla. En contrapartida las simulaciones revelan otra problemática importante debida a los efectos del momento giroscópico.



(a) Velocidad del viento en el tiempo U_0



(b) Potencia mecánica entrante al generador eléctrico P_{out}

Fig. 5.10. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones V.

Se realizó el conjunto V de simulaciones para encontrar el valor mínimo de par inicial que mantiene a la pala en posición $\theta_2 = 0$ en velocidades menores a V_{nom} con la finalidad de cumplir con el criterio de control 3 establecido en la sección 4.5. Este fue de -8.5 Nm como se puede observar en la Fig. 5.10.

Posteriormente, se realizó un conjunto de simulaciones nuevamente para localizar el valor del coeficiente de resorte que cumpla con el criterio de control 1 y 2. Se identificó

que el valor que mejor cumple con el criterio 1, es 0.15 Nm/grado . Se realizó otro conjunto de simulaciones para identificar un valor de coeficiente de fricción angular sobre el eje z del S.C.2 que produjera una función de potencia mecánica de salida contra tiempo con menor número de oscilaciones, las simulaciones mostraron que cualquier valor entre 7 y 10 Nms/rad produce una función de salida aceptable.

Para evaluar los valores seleccionados se realizó el conjunto de simulaciones VI, en el que el sistema se sometió ante casos rampas con distinto valor de saturación y los resultados mostraron que la potencia de salida ante velocidades de viento en un rango de -10.5 a 20 m/s convergen de manera aceptable en un valor de potencia menor que el límite propuesto de 12 kW , sin embargo como se aprecia en la Fig. 5.11, existe un sobretiro o sobre-potencia, que supera el valor máximo, y resulta en un comportamiento inadecuado. Además para velocidades de viento muy elevadas el valor de la potencia oscila y no converge.

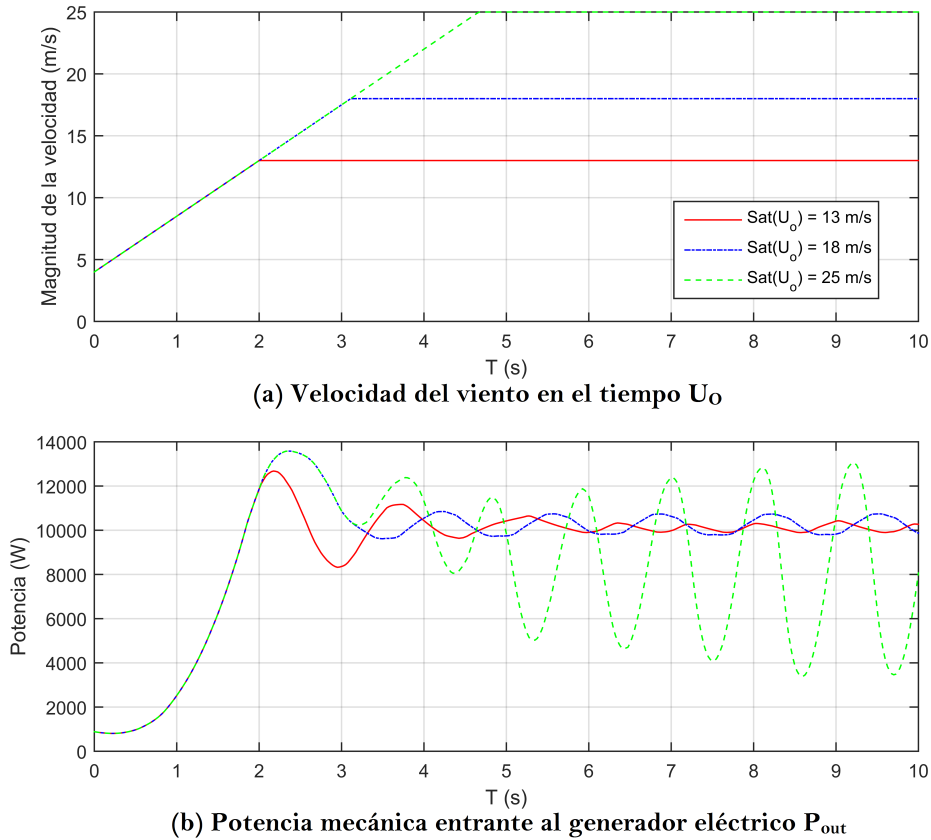


Fig. 5.11. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VI.

Analizando las figuras 5.12 y 5.13 se observa que todos los momentos internos oscilan al mismo tiempo que la posición angular de la pala, y la velocidad angular del rotor, sin embargo los signos de sus oscilaciones indican que el momento giroscópico y el momento aerodinámico de cabeceo coinciden en sus máximos y mínimos, salvo por un pequeño desfase, mientras el momento de control tiende a anular la suma de ambos momentos. La suma de estas fuerzas provoca una dinámica inestable, por lo que alterando la magnitud o dirección del momento giroscópico podría surgir una dinámica más estable.

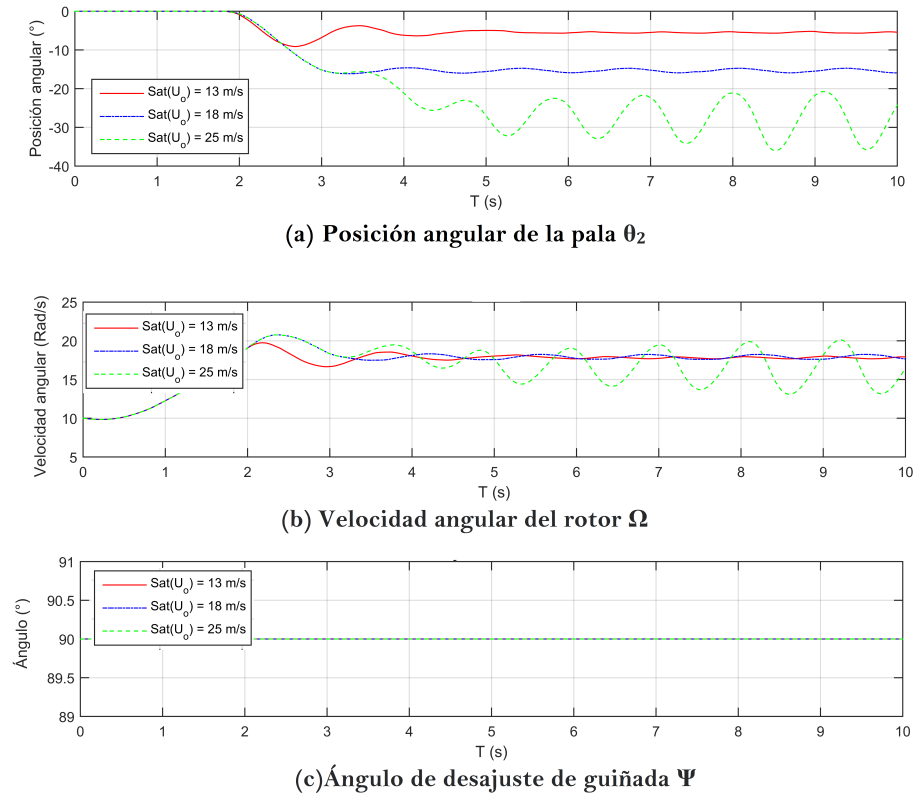


Fig. 5.12. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VI.

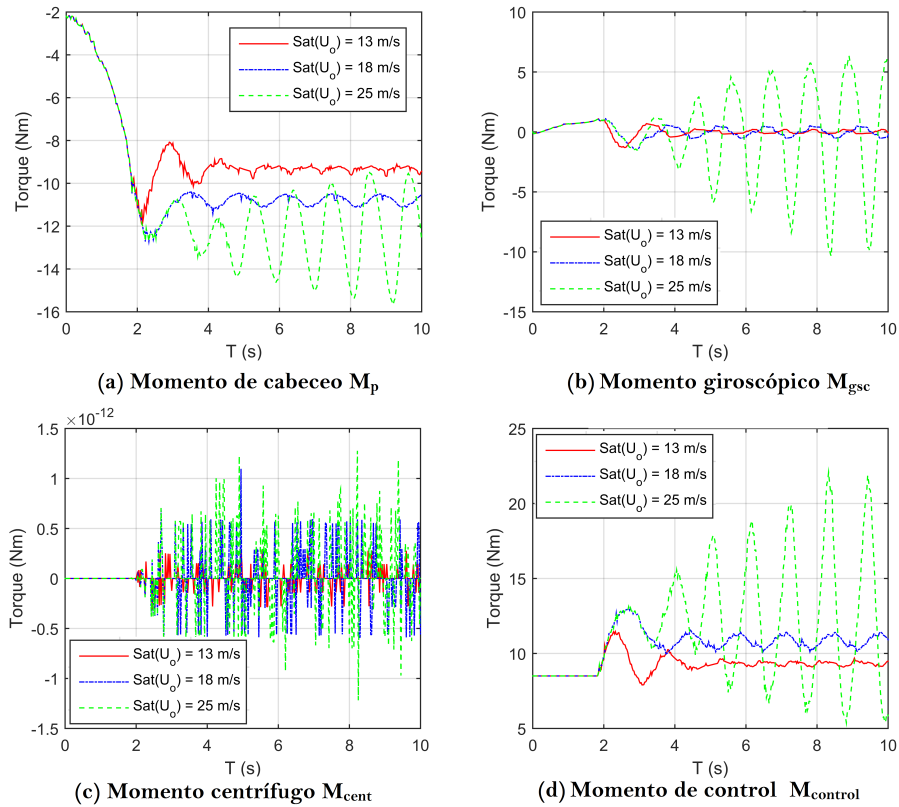


Fig. 5.13. Evolución momentos sobre la pala en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VI.

Para conocer de manera más precisa la participación del momento giroscópico en la dinámica se analizó la Eq. 5.2, y se desconectaron los bloques correspondiente a esta ecuación en Simulink, lo que equivale a eliminar de manera artificial el momento giroscópico, solo de manera provisional y para su análisis. Se repitieron las simulaciones del conjunto VI con estas modificaciones y se obtuvo el conjunto de simulaciones VII. Los resultados a continuación.

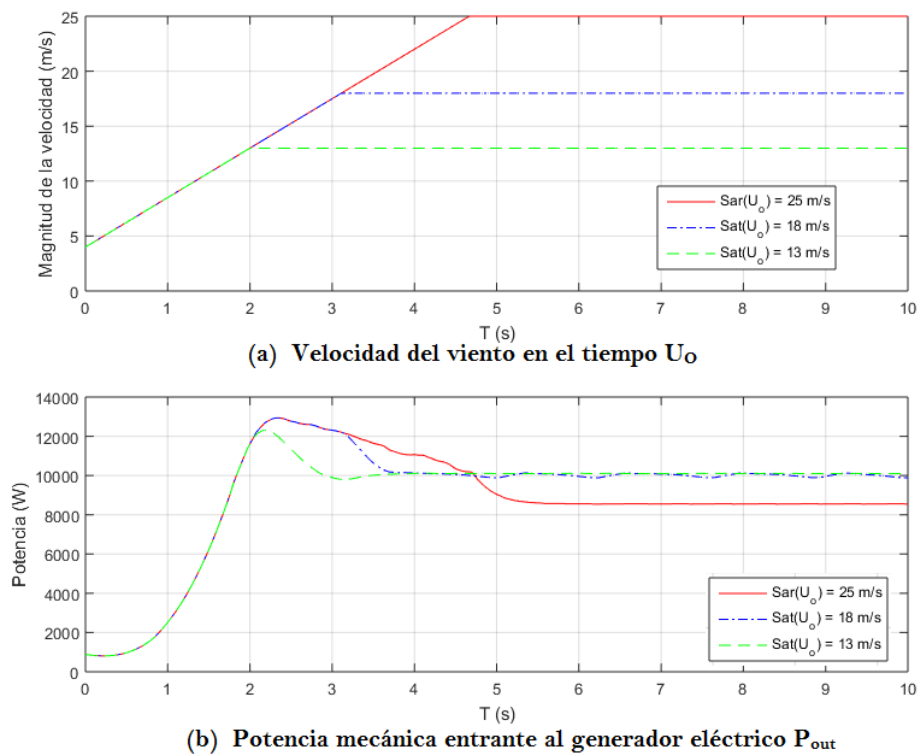


Fig. 5.14. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VII.

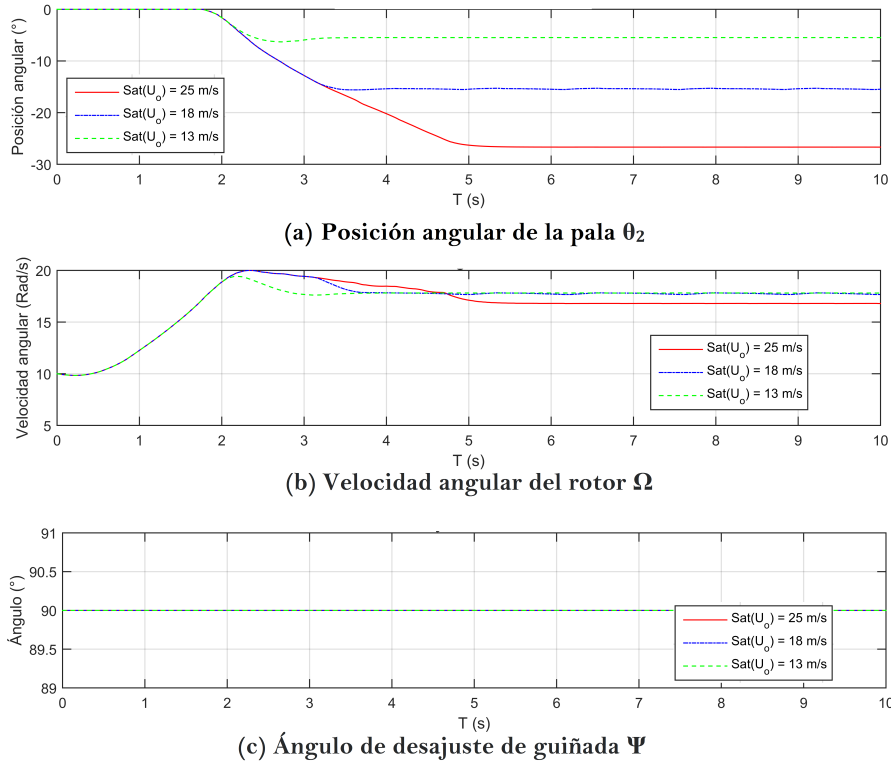


Fig. 5.15. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VII.

Los resultados del conjunto de simulaciones VII muestran que sin el momento giroscópico la potencia de entrada al generador presenta una buena convergencia y se eliminan las oscilaciones, llevando a un comportamiento aceptable que cumple con los criterios 2 y 3.

5.1.4. Manipulación de los momentos de torsión giroscópicos

Revisando la Eq. 5.2, y considerando que θ_2 permanece menor a 40° debido a los límites de movimiento del mecanismo, entonces el momento de torsión giroscópico se puede aproximar empleando la

$$M_{gsc} = \ddot{\theta}_1(3I_{yz}C_2 + 3I_{xz}S_2) = \ddot{\theta}_1 C_{gsc} \quad (5.14)$$

en donde C_{gsc} es una constante que se denominará como constante giroscópica.

Se agregó un bloque al código principal en Simulink, con el objetivo de producir un momento giroscópico artificial, haciendo variar la constante giroscópica, para identificar aproximadamente como afecta su valor al comportamiento del sistema. los resultados se condensan en las figuras 5.16 y 5.17

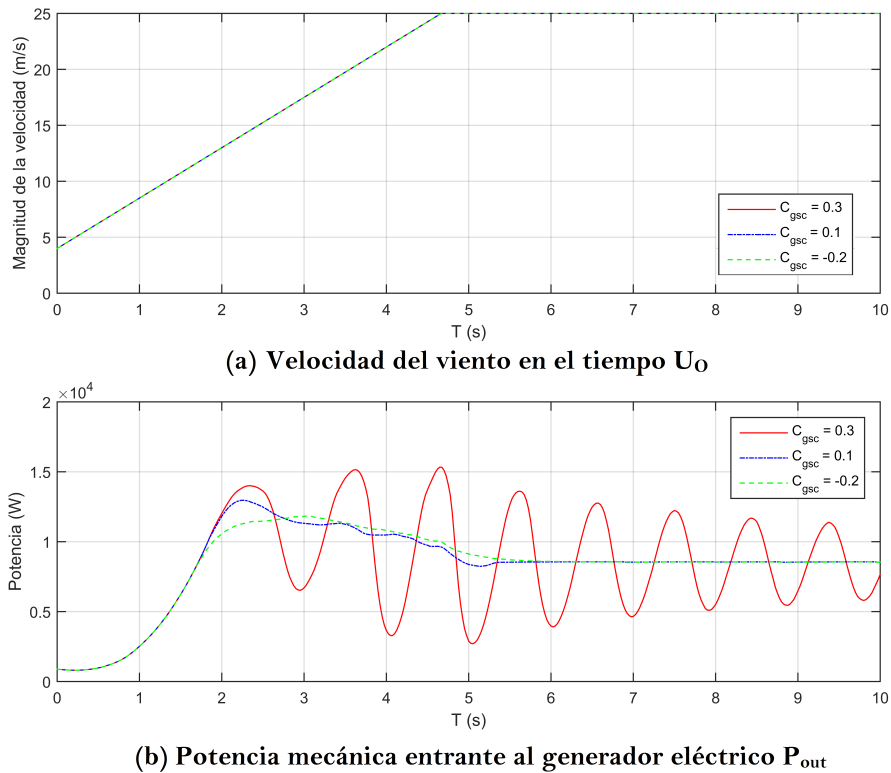


Fig. 5.16. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VIII.

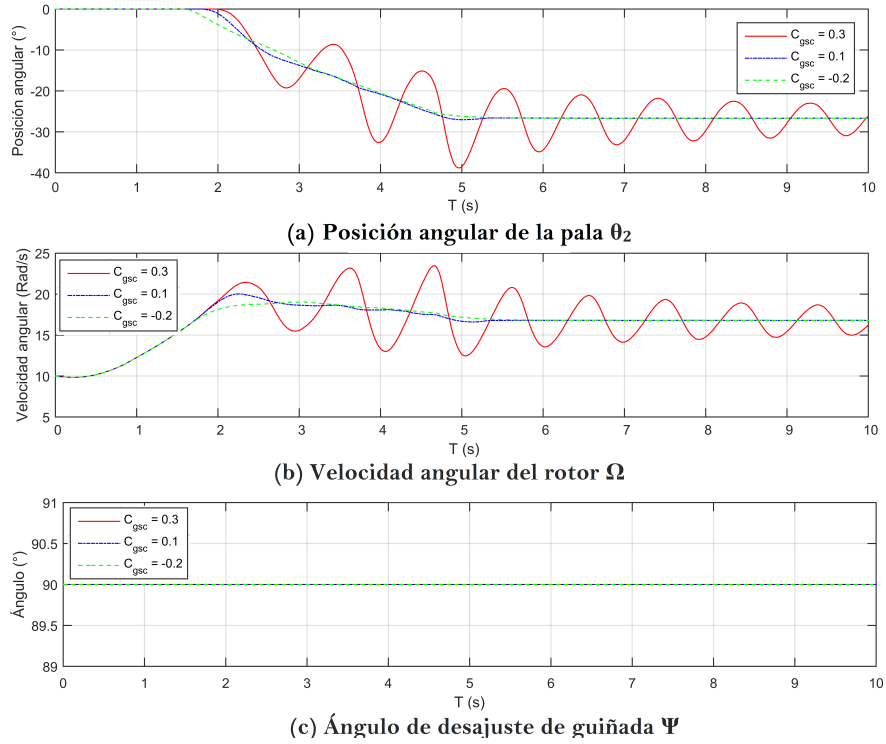


Fig. 5.17. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones VIII.

Un resultado de gran importancia es que empleando una $C_{gsc} = -0.2$ se logran cumplir los 4 criterios establecidos en la subsección 5.1.1. Es necesario conocer, a través del modelo, como conseguir que la fuerza giroscópica se comporte con un valor semejante.

Haciendo uso de las ecuaciones de los teoremas de los planos paralelos, y las ecuaciones desarrolladas en la subsección 5.1.2 es posible determinar el nuevo tensor de inercia de la pala al variar la posición z del contrapeso, y la constante giroscópica para distintos ángulo de θ_2 .

Empleando MATLAB se evaluaron distintos valores de z , haciéndolo variar entre 0.15 y 0.5 metros, y se probaron valores de masa del contrapeso de 1 y 1.5 kg, haciendo que $\theta_2 = 30^\circ$, se estimó como varía el valor de C_{gsc} y los resultados se presentan en la

Fig. 5.18. En las simulaciones se uso de los valores de X_g correspondientes tanto a las raíces negativas como positivas que surgen al despejar de la Eq. 5.10.

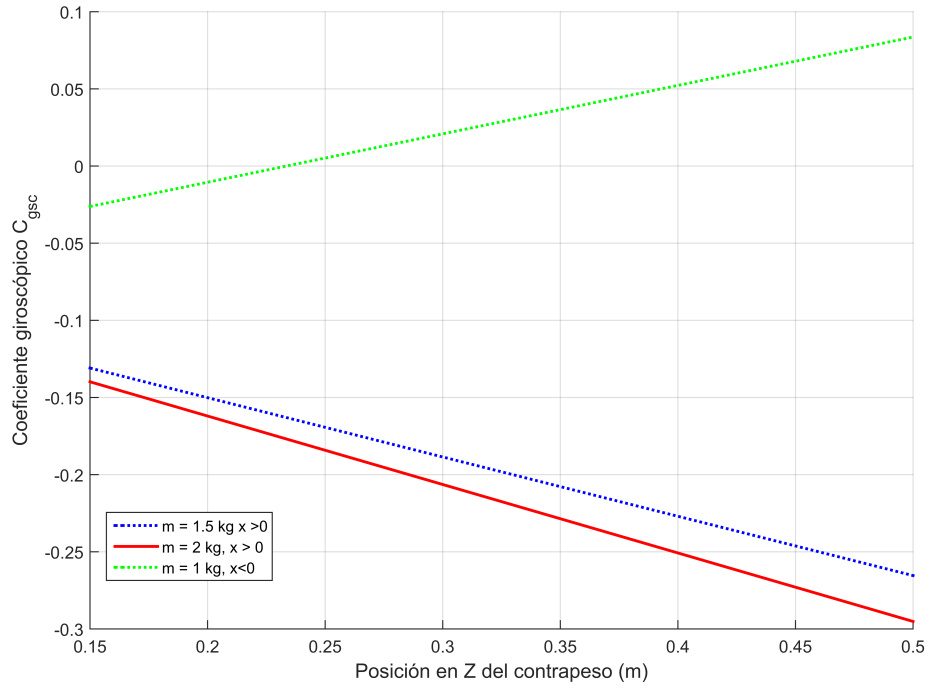
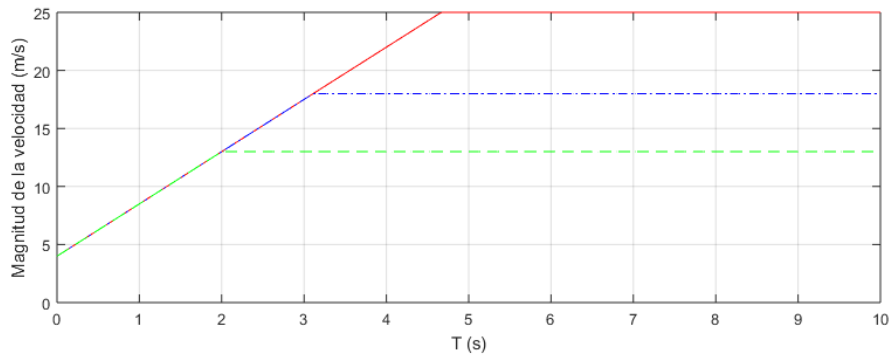


Fig. 5.18. Variación de C_{gsc} ante distintas posiciones del contrapeso y algunos valores de masa

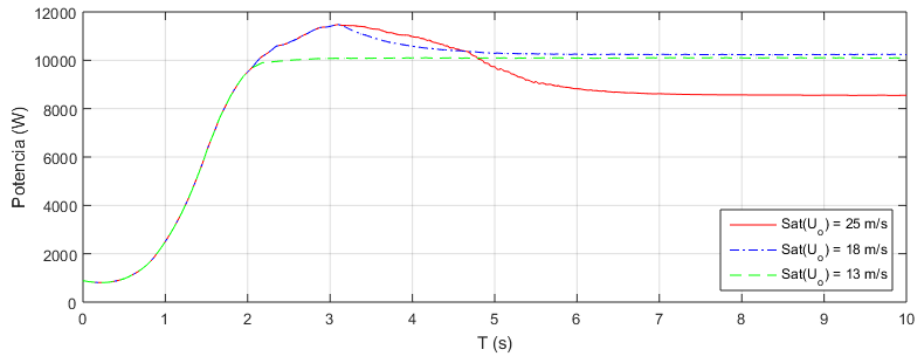
De la Fig. 5.18 es claro que empleando un contrapeso de 1.5 kg, con una posición en x mayor a cero, y que satisfaga las ecuaciones 5.6 - 5.8, y con su centro de gravedad en $0.3 < z < 0.5$, debe proveer un momento giroscópico adecuado.

Se seleccionó una posición $Z_G = 0.4$, y se obtuvo el tensor resultante $I_{pala,2}$ de la adición del tensor de inercia de la pala y el del contrapeso. El nuevo tensor se empleó en simulaciones empleando funciones de entrada tipo rampa, el coeficiente de resorte, de fricción y torque inicial calculados en el subsección 5.1.4, y se los resultados se muestran en las figuras 5.19 - 5.22

$$I_{pala,2} = I_b + I_{cp} = \begin{pmatrix} 10.7 & 0 & -0.2068 \\ 0 & 10.7 & 0.1314 \\ -0.2368 & 0.1314 & 0.0494 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$



(a) Velocidad del viento en el tiempo U_o



(a) Potencia mecánica entrante al generador eléctrico P_{out}

Fig. 5.19. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones IX.

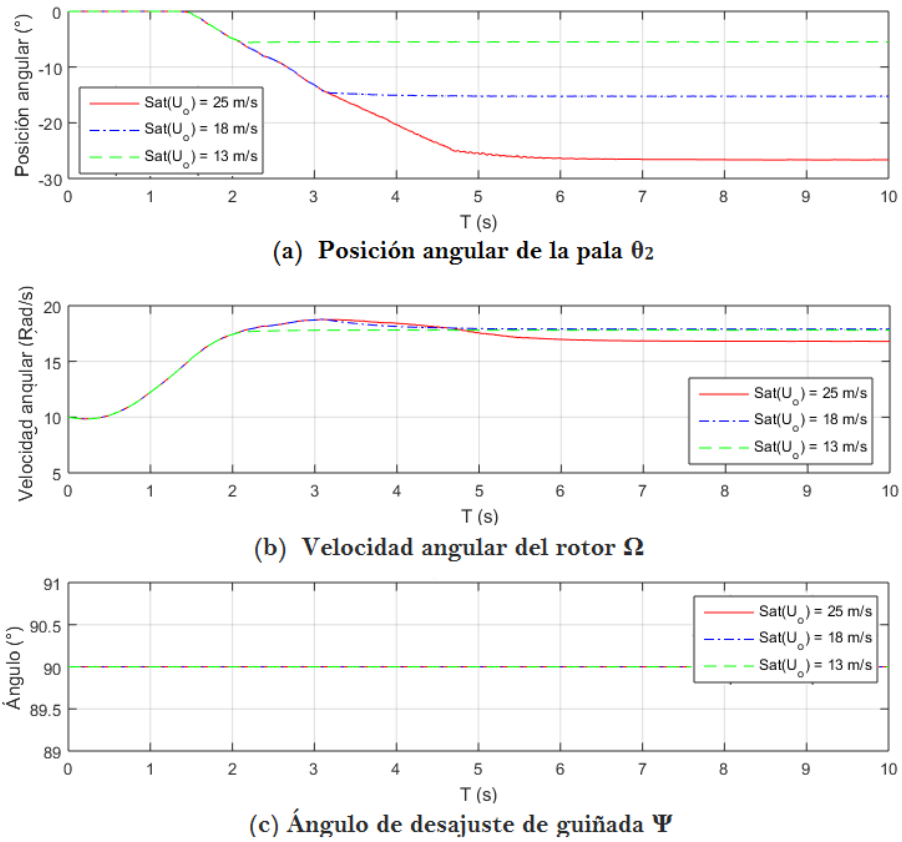


Fig. 5.20. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones IX.

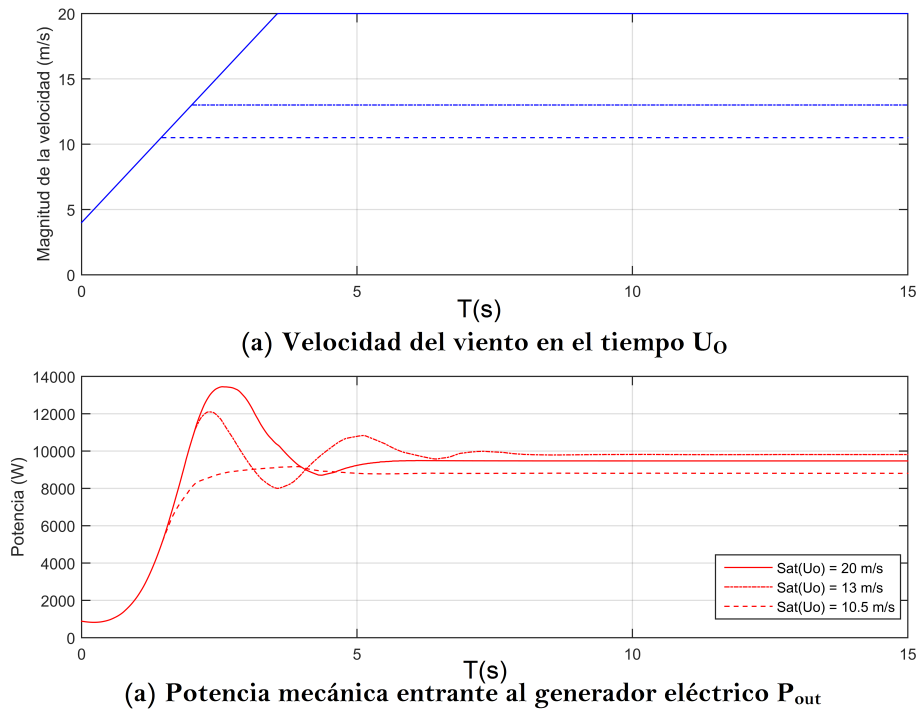


Fig. 5.21. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones X.

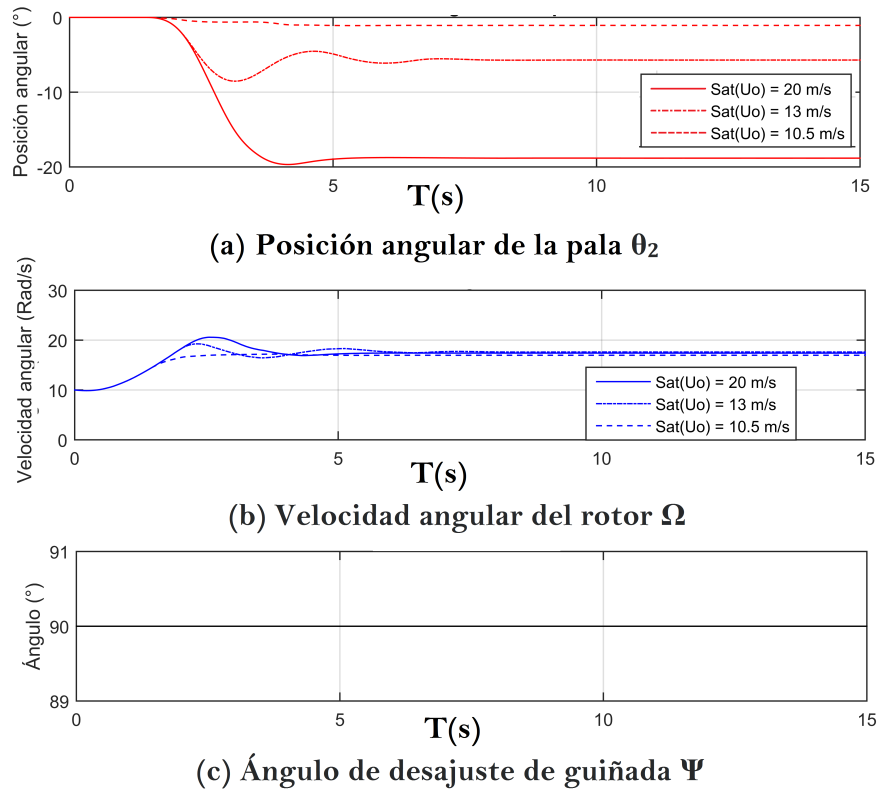


Fig. 5.22. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones X.

Analizando las figuras 0.95.19 - 5.22 se observa que para velocidades de viento iguales o menores a 35 m/s el mecanismo de control propuesto cumple con los 3 criterios establecidos en la subsección 5.1.1. Lo cuál es un resultado mejor que el esperado dado que la mayoría de los aerogeneradores que emplean los sistema de control por ángulo de paso actúan hasta los 20 m/s . Para velocidades de viento de 40 m/s el sistema cumple con el primer criterio, por lo que se trata de una velocidad en la que la operación del aerogenerador continúa siendo segura.

5.2. Evaluación de la estrategia de control

Los parámetros seleccionados para el resorte y el amortiguamiento fueron evaluados con otros casos de operación, es decir con otro tipo de funciones de entrada de velocidad del viento sobre tiempo con la finalidad de analizar la eficacia de la respuesta del mecanismo.

La primer evaluación consistió en someter el sistema a un conjunto de simulaciones denotadas por XI, en las cuales el viento se hace variar de manera senoidal con distintas amplitudes pero mismo periodo, buscando la máxima amplitud para la cual el sistema de control actúa de manera adecuada. Las funciones de entradas a la cual el sistema es sometido se denominarán f_1 , f_2 y f_3 . f_1 se caracteriza por tener una amplitud de $8m/s$, periodo de $5s$, y que está desplazada verticalmente para oscilar en torno de los $19m/s$, lo que tiene por objetivo simular ráfagas fuertes. Los resultados de la simulación se aprecian en la Fig. 5.23. Se empleó una función de transición tipo rampa, debido a que esto permite seleccionar condiciones iniciales predefinidas.

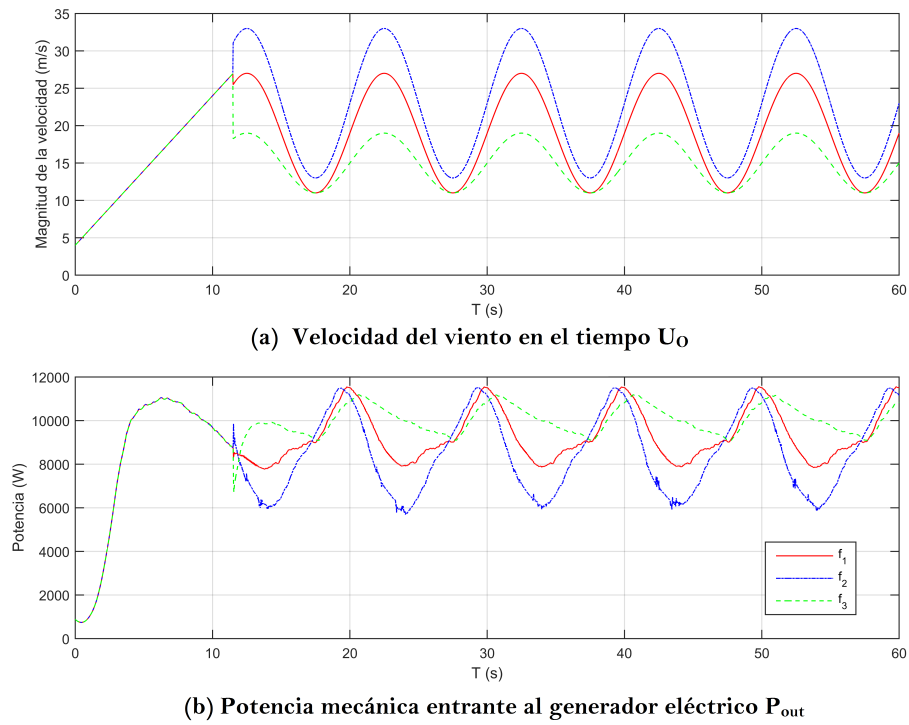


Fig. 5.23. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones XI.

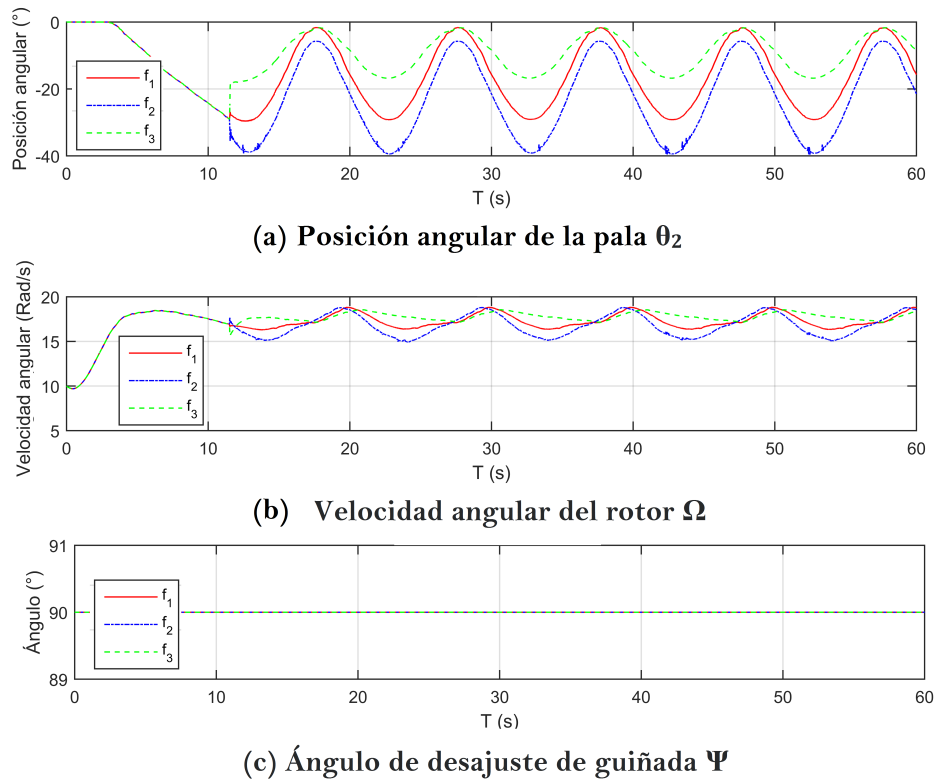


Fig. 5.24. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones XI.

De las figuras 5.23 y 5.24 es visible que el sistema de control expuesto a f_1 continúa respetando los 3 criterios establecidos en la subsección 5.1.1, lo que indica que el sistema de control trabaja de forma aceptable. Es claro que existe una oscilación en la potencia de salida pero ésta es inevitable, especialmente para un sistema pasivo.

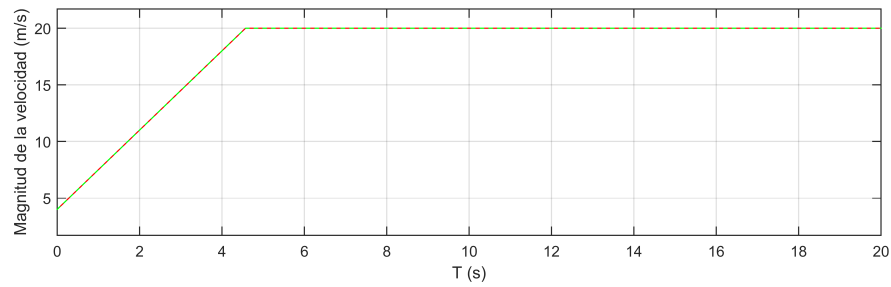
La señal de entrada f_2 es un señal también de tipo senoidal, que oscila en torno al valor de 23 m/s , con una amplitud de 10 m/s , y periodo de 5 s . El sistema de control no es capaz de responder eficientemente a esta señal, debido a que no puede cumplir el criterio 4. Sin embargo los primeros 3 criterios garantizan la seguridad e integridad del aerogenerador, y se está simulando ráfagas de viento con variación extrema.

La señal de entrada f_3 es una señal senoidal que oscila en torno al valor de 15 m/s

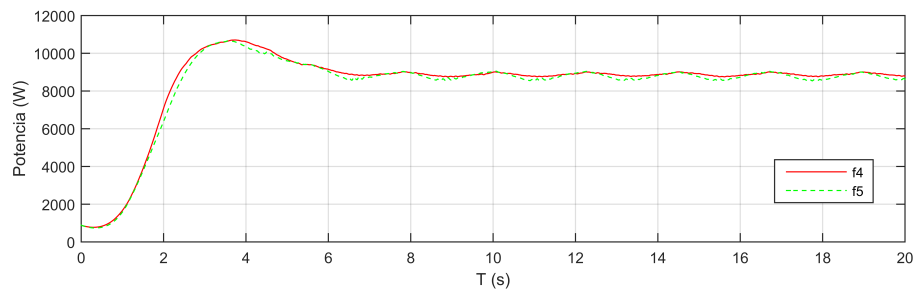
con amplitud de 4 m/s y periodo de 5 s . Es visible que esta señal, como f_1 permite al sistema cumplir con los cuatro criterios.

De lo anterior se puede deducir que el comportamiento exhibido por el sistema cuando se ingresa como señal de entrada f_1 se encuentra dentro del límite del comportamiento aceptable. Sin embargo es claro que ante señales de entrada que representan ráfagas muy violentas el mecanismo continúa garantizando seguridad al aerogenerador, por lo anterior el funcionamiento del mecanismo ante las señales $f_1 - f_3$ se considera aceptable.

A continuación se realizó el conjunto de simulaciones denominadas como XII en las que se evaluó la respuesta del sistema ante una variación senoidal de la dirección del viento y una entrada tipo rampa saturada de la magnitud de la velocidad del viento. Se emplearon 2 funciones denominadas como f_4 y f_5 . Ambas funciones comienzan con una rampa que se satura en el valor de 20 m/s como se puede ver en la Fig.5.25, la dirección de la velocidad del viento se mantuvo fija en $\zeta = 180^\circ$, mientras que la dirección θ_0 del aerogenerador se hizo variar de manera senoidal en torno a los 180° con una amplitud de 15° correspondiente a f_4 y con una amplitud de 30° en f_5 como se puede apreciar en Fig. 5.26, ambas funciones mantienen un periodo próximo a los 4 s .



(a) Velocidad del viento en el tiempo U_0



(b) Potencia mecánica entrante al generador eléctrico P_{out}

Fig. 5.25. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones XII.

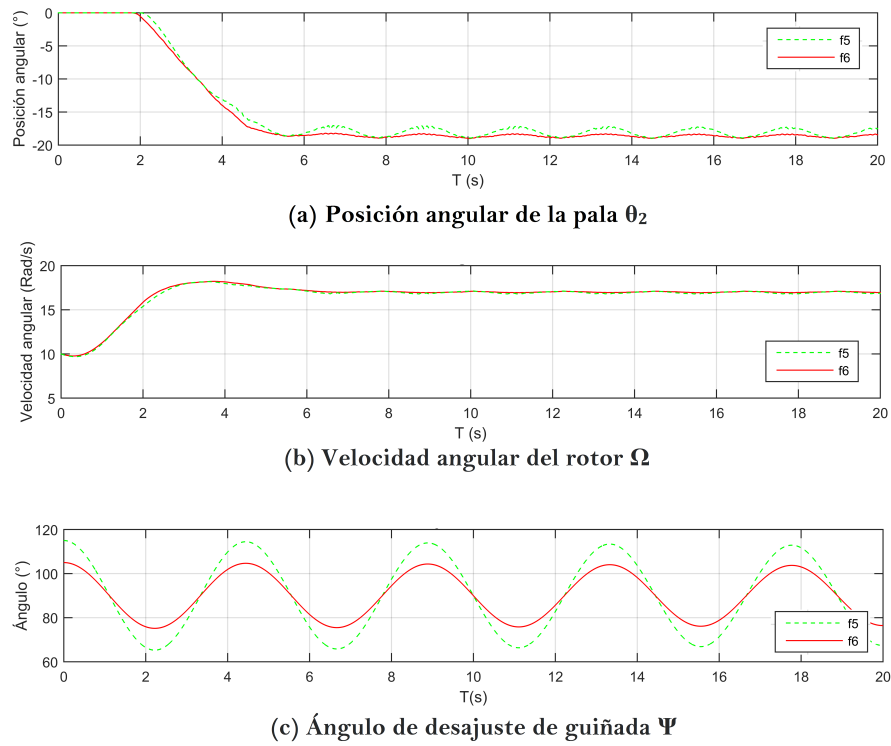


Fig. 5.26. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones XII.

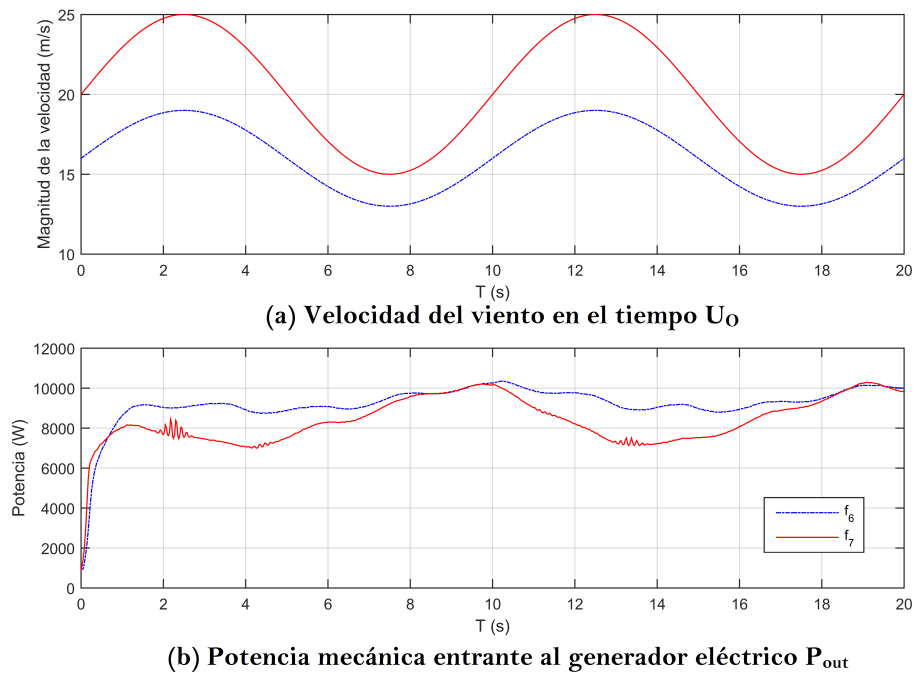


Fig. 5.27. Evolución de velocidad del viento y potencia en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones XIII.

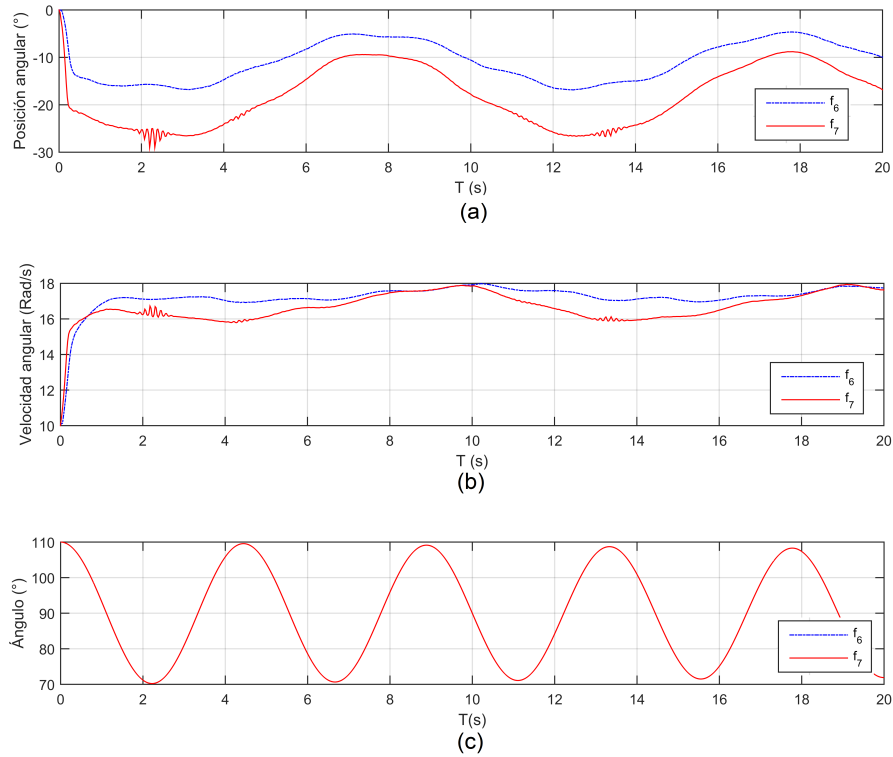


Fig. 5.28. Evolución de algunas variables de estado en el tiempo correspondientes a algunos elementos del conjunto de simulaciones XIII.

Analizando las figuras 5.25 y 5.26, es claro que la potencia mecánica de salida cumple con los cuatro criterios establecidos en el subcapítulo 4.5, lo que indica que el mecanismo de control es capaz de responder adecuadamente a cambios en la dirección del viento incluso cuando se presentan velocidades del viento elevadas.

La última prueba a la que el mecanismo de control fue sometido consistió en introducir, en el conjunto de simulaciones XIII, dos funciones una velocidad de viento de entrada denominadas f_6 y f_7 en las cuales se hace variar de forma senoidal tanto la magnitud como la dirección del viento.

En la función f_6 la magnitud oscila en torno a los $16m/s$, con una amplitud de $3m/s$, y un periodo de $10s$, la dirección del viento se mantiene fija en $\zeta = 180^\circ$ mientras la dirección del aerogenerador ψ se hace oscilar en torno a $\theta_0 = 180^\circ$ con amplitud de 20° .

En la función f_7 la magnitud oscila en torno a los 20 m/s , con una amplitud de 5 m/s , y un periodo de 10 s como se observa en la Fig.5.27, la dirección del viento oscila de la misma manera que la función f_6 , por esta razón las gráficas se sobreponen en la Fig.5.28.

Analizando la Fig.5.27 es claro que la operación del aerogenerador ante la función f_6 cumple con los cuatro criterios, sin embargo, cuando el aerogenerador se somete a la función de entrada f_7 es capaz de cumplir únicamente con los primeros tres criterios. Podemos por lo tanto deducir que el mecanismo se comporta de forma excelente cuando las velocidades de viento son menores a 20 m/s , pero se comporta de manera aceptable con velocidades de viento de 25 m/s y probablemente mayores, sin embargo no fue posible evaluar velocidades mayores debido a las limitaciones del modelo matemático.

5.3. Limitaciones del modelo matemático y del software

Durante la etapa de simulaciones se presentó un problema que impidió utilizar velocidades de viento menores a 4 m/s , funciones de viento con periodos iguales o menores a 8 s , amplitudes mayores a 6 m/s para la velocidad o mayores a 25° de desajuste de yaw. Este problema se desarrollo por lo tanto como una importante limitación a las simulaciones.

El problema consiste en la aparición de números complejos dentro del bloque aerodinámico de BEM ante determinadas entradas, relacionadas con las limitaciones descritas en el párrafo anterior. Después de un análisis detallado y una búsqueda exhaustiva de soluciones, se concluyó que el origen del problema es ocurrencia de ángulos de flujo ϕ muy pequeños o muy grande, que producen ángulos de ataque α negativos o lo suficientemente grande cómo para producir coeficientes de sustentación negativos.

Si se analiza la Fig. 3.6b, se corrobora parte del argumento del párrafo anterior, la

otra justificación se encuentra después de correr el programa de BEM bajo las condiciones en las que se produce el error e identificar los ángulos elevados, generalmente asociados a números de Reynold bajos, correspondiente a los primeros dos perfiles aerodinámicos, y para los cuáles la gráfica de sustentación cruza el cero más de una vez antes de que α sea igual a 90° .

Una vez que se producen valores de coeficiente de sustentación negativos durante la simulación y de acuerdo con la Eq.2.63 y dado que $C_l < C_d$, C_n adquiere valores negativos, que al ser introducidos en las ecuaciones 2.79 y 2.80, produce una raíz negativa que necesariamente conlleva a números complejos.

Debe tomarse en cuenta que las ecuaciones 2.79 y 2.80 corresponden a una corrección de la teoría de BEM propuesta por Glauert, probablemente la corrección pueda ser llevada a cabo con otras ecuaciones en las que la sustentación negativa no produzca valores de coeficiente de interferencia axial a complejos, pero esta problemática queda fuera del alcance de esta tesis.

5.4. Diagrama CAD y características de los elementos



Fig. 5.29. Diagrama CAD del sistema de control pasivo.

Se dibujó un diagrama CAD correspondiente al diseño conceptual, que facilitará el proceso posterior de diseño mecánico y la comprensión de la conexión entre los diferentes elementos del sistema de control. A continuación se describe el gráfico.

Los resortes de torsión se ubican dentro del buje, en este caso se realizó una estimación previa para conocer las dimensiones que podría tener en relación con las características obtenidas. Se sugiere sujetar uno de los extremos del alambre del resorte a la estructura exagonal del buje (Puede tener otra geometría) e introducir el otro extremo en el eje destinado para el resorte y el sistema de fricción angular.

El sistema de fricción angular se presenta en color blanco, y se sugiere que esté

conformado por un volumen de dos cilindros en medio de los cuales se coloque aceite con una densidad determinada para lograr la cantidad de fricción requerida, de otra manera dentro del cilindro podría haber alguna clase de freno mecánico.

Finalmente el contrapeso, con su forma cúbica, sobresale de la pala, pero tiene una masa tal que podría dañarla si se sujeta de ella por lo tanto se sugiere que el contrapeso se conecte a una estructura que se sujete tanto de la parte externa como interna del rodamiento al pie de la pala, como se aprecia en la pala semi-transparente en la parte superior. Se espera que, debido a que la mayor contribución aerodinámica ocurre en la parte media de la pala, el contrapeso en tal posición no interfiera de manera importante con la aerodinámica.

5.4.1. Características de los elementos del sistema de control

Con propósito de la futura construcción y puesta en marcha de un prototipo del sistema de control desarrollado se generaron tablas que se presentan a continuación con sus principales características, que permitirán ya sea la adquisición de tales elementos o bien su manufactura si así se dispone. La información presentada es extraída del proceso de determinación de los parámetros y de las características de operación simuladas. Se espera que tales condiciones de operación sobrepasen los efectos reales y que el dispositivo opere satisfactoriamente en el campo de pruebas.

Tabla. 5. Características del resorte de torsión.

Propiedad	Magnitud
Índice de resorte	54 Nm/rev
Amplitud angular	115°
Resistencia a la fatiga	$3.15 \times 10^6 \text{ ciclos}$
Radio máximo	114.3 mm
Longitud máxima	177.8 mm
Angulo en reposo	56.66°

Tabla. 6. Características del sistema de fricción angular.

Propiedad	Magnitud
Coefficiente de fricción angular	$50.26 \text{ Nm} * \text{s/rev}$
Resistencia a la fatiga	$3.15 \times 10^6 \text{ ciclos}$
Radio máximo	114.3 mm
Longitud máxima	76.2 mm

Tabla. 7. Características del contrapeso en S.C.2.

Propiedad	Magnitud
Masa	1.5 kg
Posición en x del c.m.	30 mm
Posición en y del c.m.	140 mm
Posición en z del c.m.	400 mm
Forma	cubica
Lado	51.01 mm
Material	Plomo

Tabla. 8. Límites de movilidad.

Propiedad	Magnitud
Amplitud angular	58°
Resistencia a la fatiga	30×10^6 <i>ciclos</i>
Par máxima con $\theta_2 = 0^\circ$	$19 Nm$
Par máximo con $\theta_2 = 58^\circ$	$-15 Nm$

Las tablas 5 - 7 resumen la información más importante de los 3 elementos de control principal. En la tabla 5 el ángulo en reposo se refiere al ángulo que el resorte deberá ser torcido antes de ser ensamblado, de manera que incluso cuando el sistema se encuentre fuera de operación ejercerá constantemente un par.

Finalmente en la tabla 8 se muestra las torsiones a las que estarán sometidos los límites de movilidad del mecanismo y la amplitud angular en la que la pala podrá girar sobre el eje de paso.

Conclusiones

En este trabajo de investigación se generó un diseño conceptual innovador de un sistema de control de ángulo de paso pasivo, el cual está basado en un modelo matemático del viento-rotor-generador propuesto y que de acuerdo con los resultados en simulación es capaz de mantener la potencia de salida del rotor debajo del valor máximo, protegiendo de esta manera el generador eléctrico, y disminuyendo las cargas mecánicas sobre la totalidad del aerogenerador, cumpliéndose los objetivos planteados.

Se puede afirmar que, de acuerdo con los modelos empleados, es posible controlar satisfactoriamente la potencia de salida del rotor eólico controlando el ángulo de paso de las palas con un controlador pasivo de lazo abierto compuesto por un resorte de torsión, una fricción angular controlada, y un contrapeso para cada pala, tal sistema de control es de mayor simplicidad que otros sistemas de control pasivo y probablemente tenga un menor costo de manufactura y mantenimiento que los sistemas de control activos, por lo que la hipótesis queda parcialmente verificada, su comprobación total ocurrirá cuando el prototipo del mecanismo sea manufacturado y evaluado en campo.

La evaluación del dispositivo en simulación es una comprobación de la propia metodología experimental que se planteó al comienzo de la tesis, por lo tanto se puede afirmar que llevando a cabo la misma metodología para cualquier pala de un aerogenerador horizontal de pequeña potencia se pueden determinar los parámetros de un sistema de control homólogo.

Trabajos futuros

La investigación subsecuente que debería llevarse a cabo a continuación, corresponde al diseño y la construcción de una plataforma experimental para evaluar si los criterios de control también se cumplen en un campo de pruebas con condiciones de viento reales, tal plataforma experimental debe ser un aerogenerador de pequeña potencia con sensores que permitan conocer, ya sea de forma directa o indirecta, la velocidad angular, velocidad de viento, posición de ángulo de paso, torque del generador y potencia generada.

El diseño puede volverse más robusto si se emplean más grados de libertad en la simulaciones, principalmente, sería útil considerar la inclusión de los ángulos de Yaw, cono, y tilt en el diseño mecánico [13], así como si se le permite al viento tener velocidades desiguales en el disco del rotor, o incluso modelar la interacción del viento con la torre y el suelo. Con el nuevo modelo se puede proponer una nueva metodología experimental para buscar nuevos parámetros de control que sean óptimos en relación con tal modelo.

Es importante realizar una caracterización experimental futura del momento de cabeceo ante un rango amplio de ángulos de ataque, comparar los resultados teóricos planteados aquí con los experimentales, y proponer adaptaciones o modificaciones al método de extrapolación de Montgomerie en relación con los resultados experimentales.

Anexos

Herramientas de Software

Se codificó una completa y compleja herramienta virtual para el análisis de los sistemas de control de ángulo de paso. Esta herramienta está conformada por diversos programas y subprogramas en la plataforma matlab/simulink. Estos programas y las relaciones entre ellos se resume en la Fig. 30.

Los programas que componen la interfaces del usuario son **Preinicio** y **LVE**, codificados en matlab y Simulink respectivamente, y operan correctamente en la versión de MATLAB 2013.

El programa **Preinicio** requiere un archivo de entrada con los datos de las palas contenidos en la Tabla. 2, adicionalmente en la misma carpeta deben estar presentes los archivos .dat con las coordenadas de los perfiles aerodinámicos que componen a la pala, un archivo .m denominado **datosdeentrada**, que contiene las condiciones iniciales de la simulación, los nombres de los perfiles aerodinámicos, la densidad del aire y la densidad media del material de las palas.

Para comenzar a utilizar la herramienta se debe correr el programa **Preinicio**, el cuál buscará la información aerodinámica contenida en el fichero Pala1.mat, la cuál sólo estará disponible a partir de la segunda vez que el programa sea ejecutado. En caso de no encontrarse tal fichero el programa automáticamente correrá el programa Aerodinamica y enviará un paquete de datos con los nombres de los perfiles y sus coordenadas.

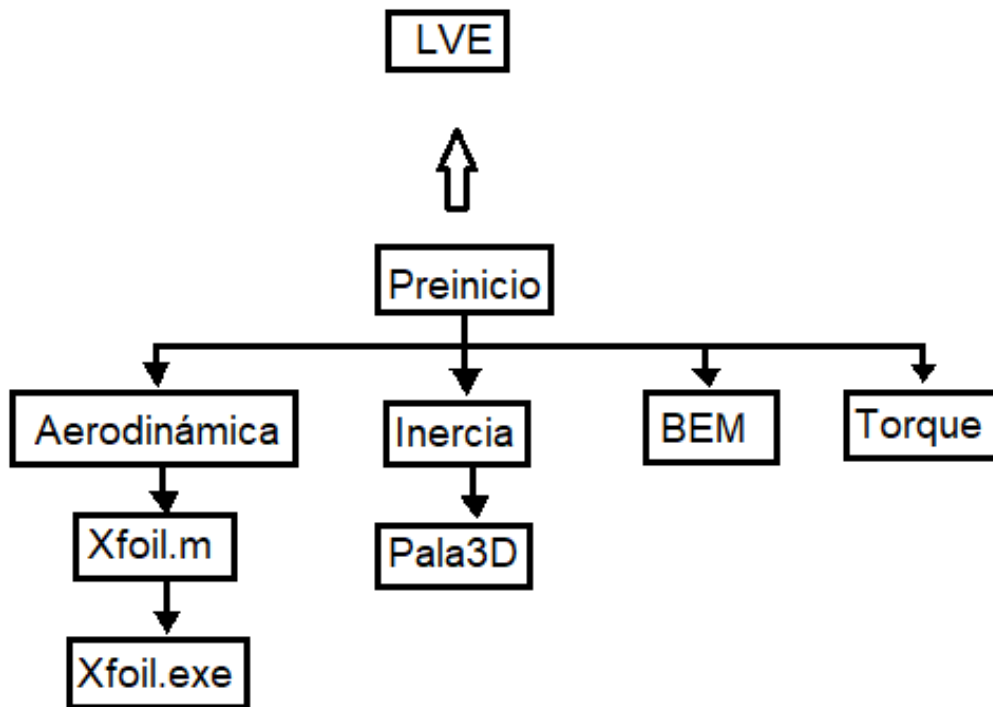


Fig. 30. Diagrama de flujo de los programas que componen la herramienta de software y el flujo de datos entre ellos

El programa **aerodinámica** corre decenas de veces el programa **Xfoil**, el cuál a su vez ejecuta el programa **Xfoil.exe**, y extrae las curvas polares de cada uno de los perfiles aerodinámicos para distintos valores de números de Reynold que van desde los 20 mil hasta los 600 mil. Estas curvas polares de C_L , C_D y C_M contra ángulo de ataque, son extendidas siguiendo el método de extrapolación de Montgomerie explicado en [20], con las correcciones propuestas en el subcapítulo 4.2, de manera que se obtienen las curvas extendidas a los 365° , las curvas son almacenadas en el archivo **Pala1.mat**, en forma de una matriz multidimensional, en la que la que las columnas son el coeficiente en cuestión, los renglones el ángulo de ataque y la profundidad el número de Reynolds.

Una vez obtenida la información aerodinámica el programa **Preinicio** corre unas 300 veces al programa **BEM** para generar la información necesaria y genera la figura

3.2 que permite analizar la producción probable de energía de las palas en cuestión para distintas velocidades angulares del rotor y magnitudes de velocidad del viento.

A continuación el programa **Preinicio** corre al programa **modelogenerador**, el cuál a su vez corre al programa de BEM múltiples veces para encontrar la curva de seguimiento de máxima potencia del generador que se aprecia en las figuras 3.3 y 3.4, los resultados del programa torque se guardan en el fichero Torquegen.mat.

El siguiente cálculo consiste en generar el fichero con la matriz de Inercia. En caso de que no se cuente con la matriz de inercia generada por un programa CAD, el programa **Inercia** produce una aproximación del tensor de Inercia, para lograr esto, el programa **Inercia** corre al programa **pala3D** el cuál genera las coordenadas en tres dimensiones de la pala, de acuerdo con el sistema coordenado 3, propuesto en el subcapítulo 4.4, posteriormente las coordenadas son transferidas de nuevo a Inercia, y allí se realiza una aproximación de la integración, considerando la densidad media de la pala, el espesor de sus paredes y su geometría tridimensional.

El programa **Inercia** sin embargo demostró sobredimensionar la inercia del aspa debido a que considera que toda su masa se ubica en su superficie exterior.

Otros programas fueron codificados para trasladar el tensor de inercia de la pala a otro sistema coordenado, denominado **Trasladorinercia**. Para efectuar el cálculo del contrapeso que puede eliminar el momento centrífugo, y el mismo que genera la Fig. 5.9 se utilizó el programa **contrapeso**, adicionalmente para calcular el contrapeso y su relación con la constante giroscópica, así como para generar la Fig.5.18 se utilizó el programa **contrapeso2**.

Una vez que se tienen las propiedades aerodinámicas de la pala, la curva del generador para seguimiento de máxima potencia, la inercia, y las condiciones iniciales de operación, es posible correr el programa de simulación **LVE**, construido con bloques de simulink. La interface del programa LVE se aprecia en la Fig. 31.

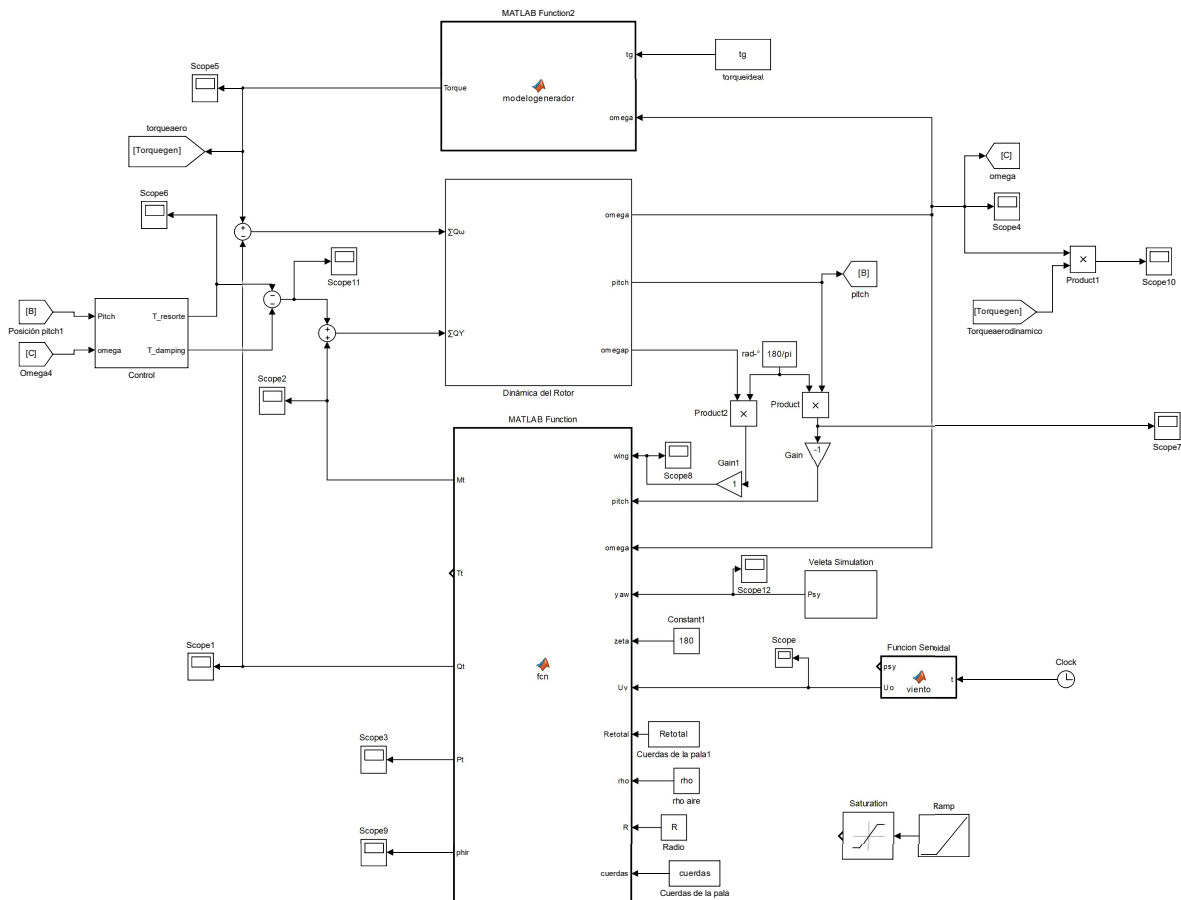


Fig. 31. Diagrama de bloques principal del programa LVE

Los principales bloques que componen a LVE son el bloque de BEM, que corre el programa de BEM para obtener las fuerzas sobre las aspas producidas por el viento. BEM contiene la técnica de BEM con las correcciones de Glauert y Prandtl, y el método de desajuste de Yaw.

El bloque dinámica del rotor contiene las ecuaciones 4.33 y 4.37, que describen la dinámica del sistema incluidas los momentos de fricción angular. Adicionalmente se añadió un bloque para simular las limitaciones intencionales del movimiento de la pala, que se aprecia en la Fig. 32. Para lograr éste efecto el bloque mencionado hace que la suma de torques sobre la pala sean cero justo cuando la pala llega a algunos de sus límites y la dirección del torque apunta hacia la dirección de giro restringida. Adicionalmente se impusieron limitaciones de salida sobre el integrador que produce la

velocidad angular y el integrador que produce posición angular.

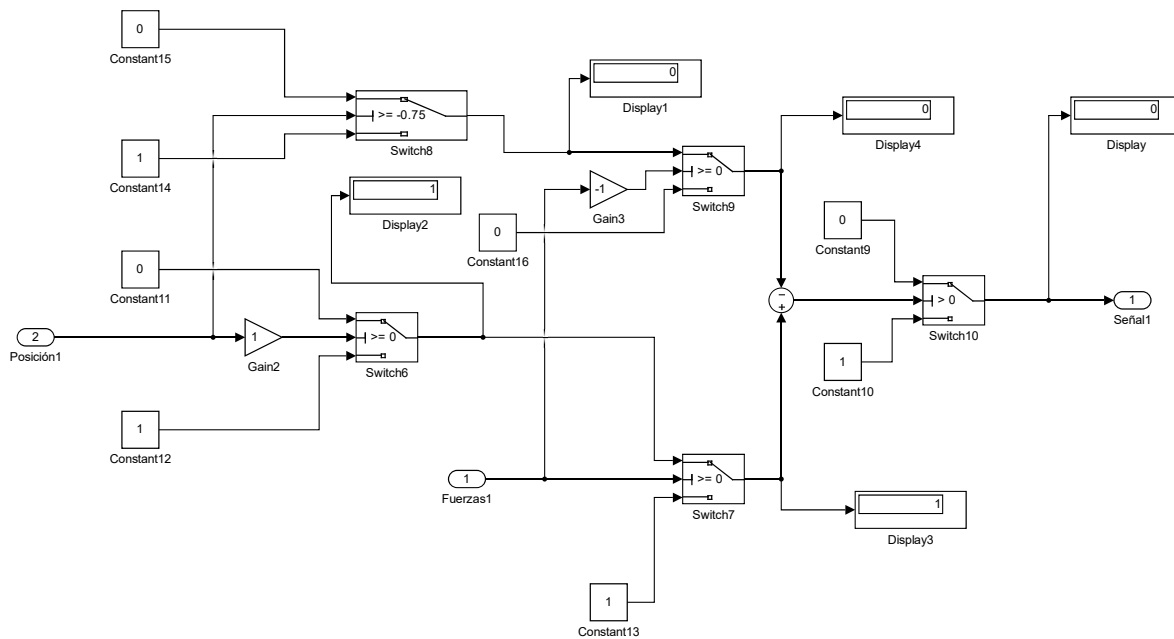


Fig. 32. Bloque simulador de límites de movimiento de la pala

El bloque del torque del generador es una función de MATLAB que simplemente evalúa la función de torque contra velocidad angular obtenida del cálculo de seguimiento de máxima potencia.

El bloque de control simula la operación del resorte de torsión y la fricción angular intencional sobre la pala. Adicionalmente, permite evaluar la constante giroscópica descrita en el subcapítulo 4.8, su estructura se aprecia en la Fig. 33.

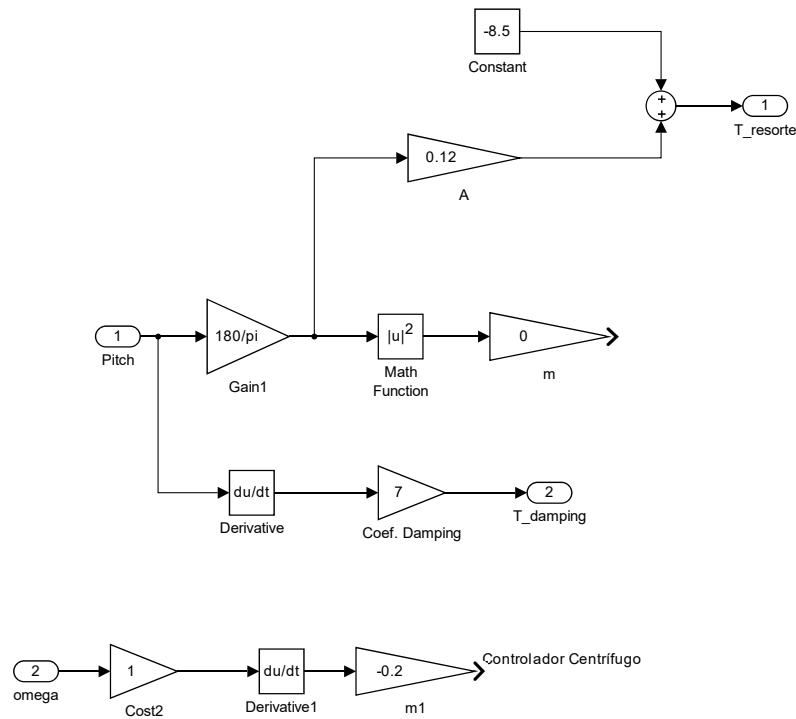


Fig. 33. Bloque de control

Para producir las series de tiempo de velocidad y dirección del viento se utilizaron diversos bloques. Por ejemplo para generar las rampas saturadas se utilizaron los bloques de la librería Sources y Discontinuities. Para generar la función senoidal de la velocidad de viento se usó un bloque de función de MATLAB. Para producir la función senoidal del desajuste de Yaw se utilizó el bloque veleta que contiene el diagrama mostrado en la Fig. 34, el cuál además es capaz de simular el movimiento debido a una veleta.

Finalmente la introducción de las ecuaciones de movimiento del rotor se hizo mediante un diagrama de bloque que resuelve las ecuaciones diferenciales no lineales en el espacio de estados, utilizando paso fijo de 0.01 segundos, y como resolvidor ODE3.

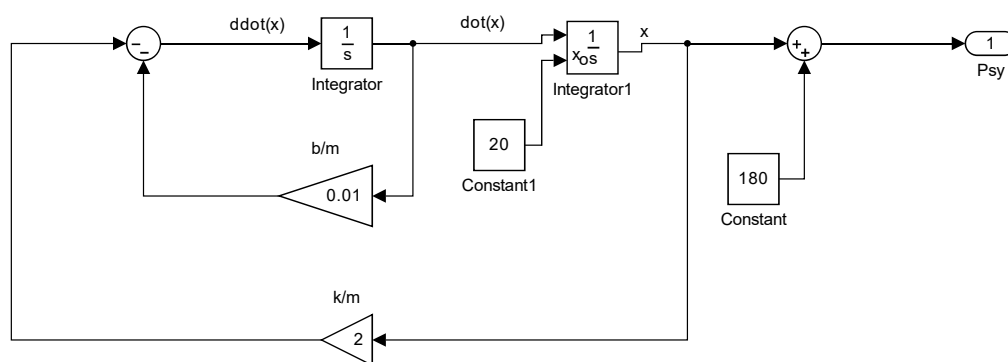


Fig. 34. Bloque de Veleta o desajuste de Yaw

Bibliografía

- [1] E. Audierne, J. Elionzo, L. Bergami, H. Ibarra and O. Probst, “Analysis of the Furling Behavior of Small Wind Turbine”, *Applied Energy* 87, pp. 2278 – 2292, November 2009.
- [2] E.S. Carrolo, “Passive Control of Aerodynamic Load in Wind Turbine Blades”, M.S. Thesis, Instituto Superior Tecnico, Lisboa, Portugal, June 2015.
- [3] I. Munteanu, N.A. Cutululis, A.I. Bratcu and E. Ceanga, “Optimal Control of Wind Energy System”, Girona, Spain: Springer, 2008.
- [4] International Standard, “Safety of Small Wind Turbines IEC 1400-2”, Geneva, Switzerland, 1996
- [5] J.L. Rodriguez, S.A. Gomez and J.C. Burgos, “Sistemas Eólicos de Producción de Energía Eléctrica”, Madrid, España: Editorial Rueda S.L., 2003.
- [6] J. N. Hertel, E.P.N. Duque and T.A. Nygaard, “Passive Pitch Control of Small Horizontal Axis Wind Turbine”, 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, January 2004
- [7] M.A. Wastling, J.C. Balson, D. Irving and R.J. Cann, “Passive Speed and Passive Regulation of a Wind Turbine”, U.S. Patent 7,172,392 B2, February 6, 2007.
- [8] R.G. Budynas and J.K. Nisbett, “Diseño en Ingeniería Mecánica”, Octava Edición, México, D.F. McGraw Hill, 2008.

-
- [9] T. Poryzala, "Design and Analysis of a Mechanical Passive Pitch Control System for Small Horizontal Axis Wind Turbine", M.S. Thesis, Technical University of Denmark and Technical University of Delft, 2016.
- [10] Y.J. Chen and Y.C. Shia, "Experiment of the Performance of Small Horizontal Axis Wind Turbine with Passive Pitch Control by Disk Pulley", *Energies* vol. 9, pp. 353 – 366, May 2016.
- [11] Y. J. Chen, Y.F. Tsai, C.C. Huang, M.H. Li and F.B. Hsiao, "The design and Analysis of Passive Pitch Control for Horizontal Axis Wind Turbine", *The 6^o International Conference of Applied Energy*, 2014, pp. 683 – 686.
- [12] J. Nørkær, "General Momentum Theory for Horizontal Axis Wind Turbines", Springer, Switzerland, 2016
- [13] M. Hansen, "Aerodynamics for wind turbines, Earthscan from Routledge editorial", New York, U.S., 2015
- [14] D. Wood, "Small Wind Turbines; Analysis, Design and Application", Springer, London, U.K., 2011
- [15] M.O. Hansen, "Aerodynamics of Wind Turbines", Earthscan editorial, London, U.K., 2012
- [16] Jazar, R., "Theory of Applied Robotic, Springer", New York, US, 2007
- [17] Spong, W., Hutchinson, T. and Vidyasagar, M., "Robot Modeling and Control", JOHN WILEY and SONS Editorial, New York, 2005
- [18] I. H. Abbot, "Theory of Wind Sections", Dover Publications INC, New York, 1959
- [19] E.L. Houghton & P.W. Carpenter, "Aerodynamics for Engineering Student", Fifth Edition, Butterworth Heinemann, Oxford, 2006

- [20] M. Mejía, L. García y M. Gutierrez, “Metodología de obtención de los coeficientes de sustentación y arrastre para un rango amplio de números de Reynolds y ángulos de ataque para aplicaciones en turbinas eólicas”, *AVANCES Investigación en Ingeniería* No.13, 2010, pp. 53-60
- [21] W.A.Timer, “Aerodynamic characteristics of wind turbine blade airfoils at high angles-of-attack”, *The Science of Making Torque from Wind*, June 2010, pp. 71-78
- [22] R.C. Hibbeler, “*Engineering Mechanics Dynamics*”, Twelfth Edition, Prentice Hall, New jersey, USA, 2010.
- [23] Sosa A.D, “Diseño Estructural del Rotor de un Aerogenerador de Pequeña Potencia”, Tesis de maestría, Universidad Politécnica de Chiapas, 2018
- [24] Carta González, J. A., Calero Pérez, R., Colmenar Santos, A., & Castro Gil, M. A. (2009). *Centrales de energías renovables: generación eléctrica con energías renovables* (No. 620.92). Pearson Prentice Hall.
- [25] Nagai, B. M., Ameku, K., & Roy, J. N. (2009). Performance of a 3 kW wind turbine generator with variable pitch control system. *Applied Energy*, 86(9), 1774-1782.
- [26] Soldovieri, T. (2010). *Introducción a la mecánica de Lagrange y Hamilton*. Universidad del Zulia. Preprint, 42-74.
- [27] R. Amenedo, J. Luis, J.C. Burgos, & S. Arnalte. *Sistemas eólicos de producción de energía eléctrica*. Rueda, 2003.
- [28] OGATA, K. “*Ingeniería de control moderna*”. Pearson Education, 2003.